

**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS**

**E. A. P. DE FÍSICA**

**Espectroscopía estelar y solar en el infrarrojo cercano**

**TESIS**

para optar el título profesional en Ciencias Físicas

**AUTORA**

**Mara Elizabeth Pelayo Baldárrago**

**Lima-Perú**

**2009**

*Más fuerte que las leyes físicas ...  
es la visión de las cosas*

*Fernando Rielo*

# Agradecimientos

Quisiera agradecer a la Agencia Espacial del Perú - Comisión Nacional de Investigación y Desarrollo Aeroespacial - CONIDA, por la financiación de este trabajo y por la oportunidad de realizar el trabajo de tesis en este centro de investigación; agradecer también a todo el personal de CONIDA, que durante estos años hemos compartido el trabajo y la amistad.

A la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, por la beca otorgada a mi proyecto de Tesis. A esta universidad le debo su acogida durante mis años de formación profesional.

Al Observatorio Solar Nacional del cual se obtuvieron los datos del espectro tomado por el Kitt Peak FTS; dichos datos fueron producidos por NSF/NOAO.

Un agradecimiento especial al distinguido Jurado, a la profesora María Luisa Cerrón, Walter Guevara y sobre todo al profesor Lucas Alvarado, por su disponibilidad haciendo posible que llegara el día de la sustentación de esta tesis.

A la Dirección de escuela de la Facultad de Ciencias Físicas, sobre todo al profesor Oscar Monroy y la srta. Pilar Salomón Ríos; por su disponibilidad para agilizar los trámites necesarios para la aprobación de esta tesis.

Desde el punto de vista científico, quisiera agradecer a aquellas personas que tuvieron que ver concretamente con el trabajo desarrollado en la tesis:

En primer lugar al Dr. Jorge Meléndez, por ser el iniciador de este trabajo y porque sin su iniciativa en este campo de la investigación astrofísica no hubiera sido posible la realización de este trabajo. Agradecerle por su ayuda al proporcionarme el material bibliográfico de los trabajos de laboratorio, los atlas y los espectros de las estrellas.

Al Dr. Iván Ramirez, por su amistad y ayuda generosa al proporcionarme el modelo de atmósfera de Kurucz para culminar este trabajo de tesis ; por sus numerosos comentarios en cuestiones científicas delicadas y cruciales, resolviendo muchas de mis dudas en la última parte de la tesis.

Quiero agradecer sobre todo al profesor Walter Guevara Day por la asesoría de este trabajo y por su ayuda con muchas (quizás todas) las dificultades encontradas durante el desarrollo de la tesis.

Al Dr. Rafael Carlos, por su ayuda en la medición de algunas de las líneas más difíciles, sugiriéndome adoptar criterios estándar.

A Milagros Rodríguez quién colaboró con la lista inicial.

A Sergio Cavero y Cesar Ccahuana, del área informática de CONIDA, por su amistad y ayuda con todas las dificultades computacionales surgidas durante la realización de la tesis.

Al Dr. Chris Sneden (Universidad de Texas, Austin) por su generosa ayuda al resolver algunas consultas y proporcionarme algunos trabajos de investigación.

Finalmente un agradecimiento especial a la Dirección de Astrofísica, sobre todo a Gabriel Ferrero, Percy Paz, Vanessa Navarrete, Jorge Samanés, Luis Otiniano (por sus comentarios y sugerencias en la presentación final del trabajo de tesis), Mariela Huamán y Eddy Barrios.

Esto no habría sido posible sin el apoyo incondicional de mi familia:

Mis padres, Mery y Bernardo y mi hermano Erick.

Mis hermanas de comunidad: a Pilar Bandrés, por su gran apoyo en los momentos más difíciles de este trabajo, animándome siempre a culminar lo iniciado; a Pilar D., Marisa, Elsa, Hilda, Rosa, Patricia, Miriam, Milagros y Rosario. Y a todos los hermanos y hermanas del Instituto; sobre todo a María del Carmen García Viyuela, que como madre mística siempre me dio el consejo preciso.

Quiero terminar agradeciendo, a mi padre místico, a Fernando Rielo, fundador del Instituto Id de Cristo Renditor Misioneros y Misioneras Identes quién me enseñó a darle dirección y sentido a este trabajo.

# Tabla de Contenido

Resumen	ii
Agradecimientos	iv
Tabla de Contenido	vii
Lista de Figuras	xi
<b>1 Introducción Histórica</b>	<b>1</b>
1.1 Prisma de Newton . . . . .	1
1.2 Descubrimiento de las líneas por Fraunhofer . . . . .	2
1.3 Medición de las líneas del Espectro Solar por Fraunhofer . . . . .	3
1.4 Identificación de líneas espectrales a través del análisis de elementos químicos . . . . .	4
1.4.1 Mechero de Bunsen . . . . .	5
1.4.2 Leyes de Kirchhoff . . . . .	6
1.5 La Espectroscopía como ciencia Cuantitativa . . . . .	10

1.6	Formación de Líneas . . . . .	14
1.7	Líneas en Espectros Estelares . . . . .	19
1.8	Estructura de una estrella . . . . .	23
<b>2</b>	<b>Aspectos Teóricos</b>	<b>24</b>
2.1	Intensidad Específica . . . . .	24
2.2	Flujo . . . . .	25
2.3	Luminosidad . . . . .	26
2.4	Ley de Radiación de Planck o Función de Planck . . . . .	26
2.5	Ley de Desplazamiento de Wien . . . . .	28
2.6	Ley de radiación de Stefan-Boltzmann . . . . .	28
2.7	Equilibrio Termodinámico . . . . .	29
2.8	Equilibrio Termodinámico Local (ETL) . . . . .	29
2.9	Temperatura Efectiva . . . . .	30
2.10	Distribución de Velocidades de Maxwell . . . . .	31
2.11	Transición electrónica . . . . .	32
2.12	Reglas de Selección . . . . .	32
2.13	Procesos físicos en las transiciones . . . . .	33
2.14	Probabilidades de Transición y/o Coeficientes de Einstein . . . . .	34
2.15	Término, Nivel y Estado . . . . .	36
2.16	Potencial de Excitación . . . . .	37
2.17	Excitación e ionización atómica en equilibrio termodinámico . . . . .	38
2.18	Los procesos de absorción: absorción y dispersión . . . . .	41

2.19	Opacidad . . . . .	42
2.20	Coeficiente de absorción continua . . . . .	43
2.21	Coeficientes de Absorción y Emisión . . . . .	44
2.22	Coeficiente de absorción en la línea espectral . . . . .	45
2.23	Camino libre medio . . . . .	47
2.24	Profundidad Óptica . . . . .	48
2.25	Modelo del átomo de Bohr . . . . .	49
2.26	Dispersión de Edlén . . . . .	50
2.27	Ancho Equivalente . . . . .	50
2.28	Fortaleza del Oscilador $\log(gf)$ . . . . .	52
2.29	Curva de crecimiento . . . . .	53
<b>3</b>	<b>Descripción de la tabla de parámetros atómicos de líneas espectrales in-</b>	
	<b>frarrojas</b>	<b>55</b>
3.1	Introducción . . . . .	55
3.2	Selección y Clasificación de los Datos . . . . .	60
3.3	Elaboración y descripción de la tabla de datos atómicos . . . . .	62
<b>4</b>	<b>Tratamiento y análisis de datos</b>	<b>68</b>
4.1	Introducción . . . . .	68
4.2	Cálculo del Ancho Equivalente de las líneas en el Espectro Solar . .	71
4.3	Cálculo del Ancho Equivalente de las líneas en el Espectro de Arc-	
	turus . . . . .	76



4.4	Análisis e interpretación de gráficos . . . . .	84
4.5	Cálculo de la Fortaleza del Oscilador $\log(gf)$ para líneas atómicas en el infrarrojo cercano . . . . .	90
<b>CONCLUSIONES</b>		<b>99</b>
<b>APÉNDICE</b>		<b>101</b>
	TABLA 1: Datos Atómicos . . . . .	101
	TABLA 2: Anchos Equivalentes . . . . .	132
	TABLA 3: Observaciones . . . . .	157
	TABLA 4: Cálculo de la Fortaleza del Oscilador $\log(gf)$ . . . . .	170
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>		<b>178</b>

# Lista de Figuras

1.1	Espectro Continuo . . . . .	7
1.2	Espectro de Emisión . . . . .	8
1.3	Espectro de Absorción . . . . .	9
2.1	Intensidad específica . . . . .	25
2.2	Ley de Planck . . . . .	27
2.3	Ancho Equivalente . . . . .	51
2.4	Curva de Crecimiento para tres modelos solares . . . . .	53
3.1	Ventana Atmosférica del Infrarrojo Cercano . . . . .	57
3.2	Comparación de líneas de absorción del espectro del Sol y de Arc- turus . . . . .	67
4.1	Espectro del Sol en el Infrarrojo Cercano . . . . .	71
4.2	Ancho equivalente de la línea de Calcio . . . . .	73
4.3	Ancho equivalente de la línea de Hierro . . . . .	74
4.4	Espectro de Arcturus en el Infrarrojo Cercano I . . . . .	78

4.5	Espectro de Arcturus en el Infrarrojo Cercano II . . . . .	79
4.6	Ancho equivalente de la línea de Aluminio . . . . .	81
4.7	Ancho equivalente de la línea de Titanio . . . . .	82
4.8	Línea de Ni I $\lambda = 18040,843 \text{ \AA}$ . . . . .	85
4.9	Línea de Mg I $\lambda = 19425,263 \text{ \AA}$ . . . . .	86
4.10	Línea de Ti I $\lambda = 21782,940 \text{ \AA}$ . . . . .	87
4.11	Línea de Fe I $\lambda = 21851,390 \text{ \AA}$ . . . . .	88
4.12	Línea de Ti I $\lambda = 21897,370 \text{ \AA}$ . . . . .	89
4.13	Comparación del valor del $\log(gf)$ para el Magnesio . . . . .	95
4.14	Comparación del valor del $\log(gf)$ para el Calcio . . . . .	95
4.15	Comparación del valor del $\log(gf)$ para el Carbono . . . . .	96
4.16	Comparación del valor del $\log(gf)$ para el Silicio . . . . .	96
4.17	Comparación del valor del $\log(gf)$ para el Azufre . . . . .	97
4.18	Comparación del valor del $\log(gf)$ para el Hierro . . . . .	97
4.19	Comparación del valor del $\log(gf)$ para el Titanio . . . . .	98

# Espectroscopía Estelar y Solar en el Infrarrojo Cercano

Mara Elizabeth Pelayo Baldárrago

Asesor: Lic. Walter R. Guevara Day

El presente trabajo consiste en la determinación de parámetros atómicos fundamentales, **Ancho Equivalente y la Fortaleza del Oscilador**, para líneas atómicas de absorción de los espectros del Sol y *Arcturus* en el infrarrojo cercano, banda K, de  $1,8\mu\text{m}$  a  $2,5\mu\text{m}$ . El trabajo comenzó con la identificación de las líneas de absorción de los espectros del Sol y la estrella *Arcturus*, utilizando: el atlas del espectro solar “*An Atlas of the Solar Spectrum in the Infrared from 1850 to 9000 cm<sup>-1</sup> (1.1 to 5.4  $\mu\text{m}$ )*”<sup>1</sup> y el atlas de la estrella *Arcturus* “*Infrared Atlas of the Arcturus Spectrum, 0.9-5.3  $\mu\text{m}$* ”<sup>2</sup>; luego se elaboró una base de datos de las propiedades espectroscópicas de las líneas de absorción de las atmósferas del Sol y *Arcturus*, en la banda K del infrarrojo cercano.

Posteriormente se calculó el ancho equivalente de 357 líneas identificadas, en ambos espectros, correspondientes a los elementos químicos como: Al, C, Ca, Cr, Fe, H, Mg, Na, Ni, S, Sc, Si, Ti, V; utilizando IRAF (Image Reduction and Analysis Facility). Se hicieron gráficos de comparación de las distribuciones de flujo para algunas líneas espectrales del Sol y *Arcturus* para verificar la similitud de sus atmósferas.

---

<sup>1</sup>Livingston, W., and Wallace, L. 1991. National Solar Observatory Technical Report # 91-001 (Tucson, National Optical Astronomy Observatories)

<sup>2</sup>K. Hinkle, L. Wallace and W. Livingston. Astronomical Society of the Pacific, November 1995

Finalmente se calculó la fortaleza del oscilador  $\log(gf)$ , de 109 líneas de absorción del espectro solar (valor no encontrado en la literatura), utilizando la técnica de la curva de crecimiento por medio del modelo de atmósfera de Kurucz<sup>3</sup> y el código MOOG<sup>4</sup>.

---

<sup>3</sup><http://kurucz.harvard.edu/>

<sup>4</sup>C. Sneden. MOOG, An LTE stellar line analysis. PhD thesis, Department of Astronomy, Univ. of Texas at Austin, April 2002

# Capítulo 1

## Introducción Histórica

### 1.1 Prisma de Newton

Gran parte de progresos de la astronomía moderna han tenido como base el legado dejado por Isaac Newton, el inicio de la espectroscopía se debe a este extraordinario físico y matemático inglés, del siglo XVII. Newton compartió la extraña noción de otros pensadores como René Descartes, de que la luz blanca contenía todos los colores del arco iris. En 1666 realizó su primer experimento, utilizó un prisma de vidrio, un pequeño agujero cerca de la ventana y la pared blanca de su habitación, al entrar un haz de luz a la habitación a través del agujero y luego atravesar el prisma, observó que este dispersó la luz en una serie de colores ligeramente superpuestos: el rojo, pasando por el naranja, el amarillo, el verde y el azul hasta el violeta. Para describir la imagen multicolor que aparecía en su pared, Newton la denominó **espectro**, del latín **spectrum**, o **espectro del Sol**. Mostró además que un segundo prisma invertido recombinaba todos los colores en luz blanca [25].

## 1.2 Descubrimiento de las líneas por Fraunhofer

Las líneas oscuras que aparecían en el espectro del Sol y que para Newton pasaron desapercibidas, fueron encontradas eventualmente por William Hyde Wollaston en 1802, él hizo pasar la luz a través de una rendija delgada y un prisma, descubriendo que varias líneas espectrales oscuras se superponían en el continuo del espectro, donde la luz del sol había sido absorbida a ciertas longitudes de onda discretas, sin embargo erróneamente las confundió con espacios que separaban los colores presentes en el espectro solar [25, 51].

En 1814 Joseph Von Fraunhofer óptico alemán, extendió el descubrimiento de Newton, al observar, que cuando el espectro del Sol era suficientemente dispersado, presentaba un gran número de finas líneas oscuras atravesándolo, había descubierto líneas de absorción en el espectro, conocidas ahora como líneas de Fraunhofer. Fraunhofer fue el primero en investigar minuciosamente las líneas oscuras del espectro solar, observando un cambio continuo de color en el espectro, sin dar crédito a la interpretación de Wollaston. En 1823 Fraunhofer observó *cerca de 600 líneas oscuras en el espectro solar*; sin embargo al observar espectros de diversas estrellas, notó que las líneas oscuras presentes, eran diferentes de aquellas que observó en el Sol, pero no fue capaz de explicar las diferencias. Descubrimientos posteriores como los de Kirchoff y Huggins explicaron que las líneas oscuras en el espectro solar eran resultado del paso de la luz a través de gases fríos, como la atmósfera del Sol y la de la Tierra [25].

## 1.3 Medición de las líneas del Espectro Solar por Fraunhofer

Fraunhofer, realizó un análisis cuantitativo para calcular la longitud de onda de las 600 líneas observadas en el espectro solar, para esto él desarrolló la red de difracción (un arreglo de rendijas), la cual dispersa la luz de la misma forma que lo hace un prisma de vidrio, pero con importantes ventajas. Las redes emplean la interferencia de las ondas de luz para producir la difracción, logrando el cálculo directo de la longitud de onda del haz difractado. Fraunhofer desarrolló la red de transmisión, un arreglo de varias rendijas una muy cerca a la otra, con la cual fue capaz de medir directamente la longitud de onda de 324 líneas espectrales, etiquetando nueve de las más intensas con letras del alfabeto siendo conocidas hasta el día de hoy como líneas de Fraunhofer, por ejemplo la línea D de Sodio y las líneas H y K de Calcio. Sus descubrimientos fueron importantes no sólo por desarrollar la red de difracción, sino que había logrado mejorar la calidad de los prismas de ese entonces [25].



## 1.4 Identificación de líneas espectrales a través del análisis de elementos químicos

El espectro solar fue registrado por primera vez en una placa fotográfica en 1842 por Alexandre Becquerel. En 1852 Jean Foucault al trabajar en un experimento de laboratorio, observó en el espectro de gas de sodio líneas brillantes, las cuales coincidían con las líneas D del espectro solar.

Pero fueron realmente Kirchhoff y Bunsen, quienes trabajaron en el análisis espectral de sustancias químicas, estableciendo el campo del Análisis Espectroquímico y haciendo de la espectroscopía óptica una herramienta científica para el estudio de la estructura atómica y molecular. En 1859 Kirchhoff y Bunsen son los primeros en afirmar que los elementos químicos tienen su propio espectro de emisión y absorción característica. Entre 1859 y 1861, descubrieron en experimentos del laboratorio nuevos elementos como el Cesio y Rubidio [25]. Kirchhoff y Bunsen establecieron la relación entre las líneas brillantes que se producían al vaporizarse materiales con la llama de un mechero, con las líneas espectrales oscuras observadas en el espectro solar.

Kirchhoff hizo las primeras identificaciones de líneas de absorción de Sodio, Hierro, Magnesio y otros elementos pesados en el espectro solar. En 1862 Anders Angstrom indentificó hidrógeno en la atmósfera del Sol. Por otro lado en 1864 William Huggins identificó la presencia de Hidrógeno, Hierro, Sodio y Calcio, mientras estudiaba espectros de diversas estrellas.

J. Janssen al observar prominencias solares, descubrió la línea amarilla  $D_3$  ( $\lambda = 5876\text{\AA}$ ), posteriormente encontró que dicha línea era emitida por helio neutral, elemento que no fue descubierto en la Tierra hasta 1895 por el químico W. Ramsay. Durante el eclipse de 1869, se observó por primera vez la emisión de la línea verde coronal ( $\lambda = 5303\text{\AA}$ ), fue la primera de las 24 emisiones coroneales a ser descubiertas en el espectro visible, las cuales no fueron identificadas con algún elemento hasta 1941, cuando Edlén seguido por W. Gotrian mostraron que la línea pertenecía a un elemento misterioso que lo llamaron *coronio*, actualmente se sabe que estas líneas se originan de transiciones prohibidas en átomos pesados altamente ionizados como Fe X, Fe XIV, Ca XV y otros.

#### 1.4.1 Mechero de Bunsen

Robert Wilhelm Bunsen químico y físico alemán, realizó diversos estudios; en 1851 logró aislar el magnesio y en 1854 el cromo mediante electrólisis de cloruros, luego hasta 1863 realizó con Roscoe una serie de experimentos sobre la luz y sus efectos fotoquímicos. Posteriormente trabajando con Kirchhoff en 1859, inventó los primeros métodos del análisis espectral, Bunsen construía muchos de los aparatos que precisaba en sus experimentos; como el mechero de gas que lleva su nombre, así al vaporizar diversos elementos en el mechero de gas descubrió líneas brillantes en el espectro del elemento, concluyendo que dichas líneas son características de cada elemento químico. Con este método caracterizó y aisló el cesio y el rubidio [9].

### 1.4.2 Leyes de Kirchhoff

En 1860 el físico teórico prusiano Gustav Kirchhoff y Bunsen publican su trabajo: “*Chemical Analysis by Spectral Observations*” en el que señalan que todos los elementos químicos tienen un único patrón de líneas espectrales, siendo posible la identificación de estos a través de las líneas observadas en su espectro. Es decir, estudiando el espectro de una fuente no conocida se podía determinar su composición química [51].

Sin embargo los trabajos más importantes de Kirchhoff fueron sus investigaciones sobre el Sol, demostrando que las líneas oscuras observadas en su espectro correspondían con las líneas brillantes observadas en espectros de gases incandescentes obtenidos en el laboratorio. Determinó, por ejemplo que 70 líneas oscuras observadas en el espectro solar correspondían con 70 líneas brillantes emitidas por el gas de Hierro. A partir de estos trabajos experimentales, Kirchhoff junto a otros investigadores mostraron que la atmósfera del Sol estaba compuesta de gases calientes, cuyos espectros fueron observados previamente en el laboratorio. Así las leyes de Kirchhoff relacionan la naturaleza de la fuente emisora con el tipo de espectro que produce [52]:

- Un gas caliente, denso y sometido a alta presión, o un objeto sólido produce un espectro continuo, sin líneas espectrales. Este se forma debido a que la fuente emite en todo el rango electromagnético y la intensidad de su emisión varía lentamente con la longitud de onda [25].

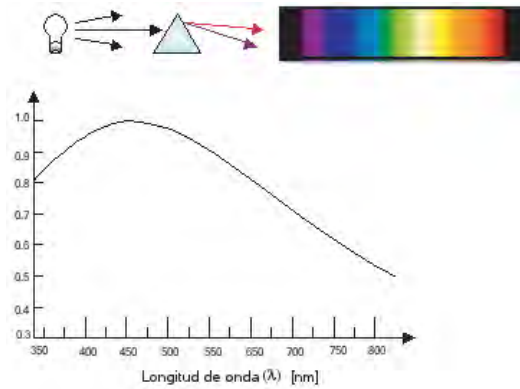


Figura 1.1: **Espectro Continuo**

- Un gas caliente, poco denso a baja presión produce un espectro de líneas brillantes, denominadas líneas de emisión. Estas líneas se producen cuando los electrones hacen una transición desde una órbita superior a otra inferior, con la emisión de fotones por la pérdida de energía de los electrones. Por ejemplo las líneas de emisión de hidrógeno de la serie de Balmer se producen por electrones que realizan transiciones de órbitas superiores hacia la órbita  $n = 2$  [51].

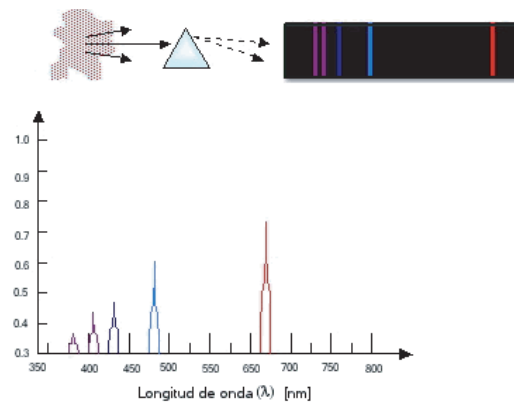


Figura 1.2: **Espectro de Emisión**

- Un gas frío esparcido, poco denso en frente de una fuente muy caliente y densa produce un espectro de líneas oscuras, denominadas líneas de absorción, las cuales aparecen sobre un fondo continuo. Las líneas de absorción se producen cuando los electrones hacen una transición desde una órbita inferior a una superior, con la correspondiente absorción de fotones. Por ejemplo, las líneas de absorción de hidrógeno de Balmer se producen por átomos que al absorber fotones, los electrones realizan transiciones desde la órbita  $n = 2$  hacia órbitas superiores [51].

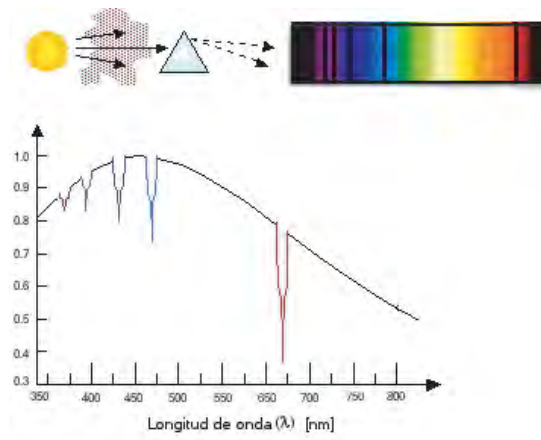


Figura 1.3: **Espectro de Absorción**

Hay un cuarto principio agregado por el cual la intensidad y forma de las líneas, varían por la temperatura y la presión de la fuente.

## 1.5 La Espectroscopía como ciencia Cuantitativa

El mayor desarrollo de la espectroscopía se debió a los fundamentos establecidos por Bunsen y Kirchhoff. En 1859 publicaron la Ley Fundamental de la Espectroscopía Cuantitativa, o más conocida como Ley de Kirchhoff: *La razón entre el coeficiente de emisión y el coeficiente de absorción para haces de luz de la misma longitud de onda es constante para todos los cuerpos a la misma temperatura*

$$\frac{\varepsilon_{\lambda}(T)}{\alpha_{\lambda}(T)} = \text{constante} \quad (1.5.1)$$

Donde  $\varepsilon_{\lambda}(T)$  es el coeficiente de emisión, y  $\alpha_{\lambda}(T)$  es el coeficiente de absorción de la sustancia a la longitud de onda  $\lambda$  y temperatura  $T$ .

De la ley de Kirchhoff se desprenden tres corolarios [25]:

- La longitud de onda de la radiación emitida por una sustancia depende de la sustancia y la temperatura.
- La absorción de una sustancia tiene un máximo en una longitud de onda central  $\lambda_0$ , al rededor de la cual se presenta una distribución de frecuencias discretas, lo que da lugar a un perfil de línea.
- Un sólido, líquido incandescente o un gas comprimido, emiten un espectro continuo. Mientras que un gas presenta un espectro de líneas brillantes.

Otro personaje importante en el desarrollo de la espectroscopía fue el astrónomo aficionado inglés William Huggins, quién hizo importantes descubrimientos aplicando la espectroscopía a la astronomía. Ese mismo año él encontró:

- La composición química de diversas estrellas a través del análisis de sus espectros.
- Demostró que una nebulosa planetaria estaba compuesta de gases calientes observando su espectro de emisión.
- En los siguientes dos años, observó los espectros de emisión de más de setenta nebulosas
- Identificó la presencia de hidrógeno y carbono en cometas, a partir del análisis de sus espectros.
- Observó que el espectro de emisión de los cometas se superponía al fondo débil del espectro solar, mostrando que estos reflejan tanta luz como la que emiten.
- Una de sus innovaciones que es utilizada hasta el día de hoy es el **espectro de comparación**. Este espectro de comparación es producido por una fuente de luz artificial (lámpara eléctrica) de la cual se conocen la longitud de onda de las líneas espectrales, se utiliza para medir por comparación la longitud de onda de las líneas espectrales de una estrella. Por ejemplo en 1868 él comparó el espectro de Sirius con el de una lámpara de emisión de hidrógeno.
- Determinó la componente de la velocidad de un objeto a lo largo de la línea de visión, debido al efecto Doppler. En 1868 midió la velocidad radial de Sirius,  $47Km/s$ .



- Fue el pionero en el uso de la fotografía espectroscópica. Además desarrolló métodos de observación de la cromósfera solar, prominencias y corona solar, observó el espectro de una nova, e investigó espectros estelares en el ultravioleta cercano.

Por todos sus estudios e investigaciones mereció el título de Padre de la Espectroscopía Astronómica.

Los astrónomos notaron, a partir de la observación de espectros, el poder revelar los secretos de las estrellas, construyendo a partir de ellos algunas reglas empíricas, así surgieron: La ley de Wien, la ecuación de Stefan Boltzmann, las leyes de Kirchhoff y una nueva ciencia: la espectroscopía. Con esta nueva herramienta se lograron grandes descubrimientos [51]:

- En 1871 Herman Vogel midió velocidades radiales estelares a partir del espectro solar, observando variaciones del orden de las centésimas de angstrom en las longitudes de onda.
- En 1880 Gustav Wiedemann estableció que una investigación detallada de las líneas de Fraunhofer revelarían otros parámetros como la temperatura, presión y densidad de la atmósfera del Sol, justamente donde se forman las líneas espectrales.
- Pieter Zeeman de los Países Bajos, descubre en 1897 el desdoblamiento de las líneas espectrales, debido a la presencia de campos magnéticos dando lugar a la medición de campos magnéticos estelares.
- Otro avance significativo fue la producción de redes de difracción de alta calidad por Henry Rowland desde 1882, dando lugar al desarrollo de los espectroscopios.

- Luego en 1889 Antonia Maury descubrió que Mizar ( $\xi UMa$ ) era una estrella binaria debido al periodo doble de las líneas observadas en su espectro.

Los principales desarrollos en la espectroscopía incluyen: el modelo del átomo de Bohr, la extensión de Sommerfeld, la mecánica cuántica, el principio de exclusión de Pauli, el principio de incerteza de Heisenberg, el efecto Zeeman, la comprensión de los efectos de ionización y la explicación de espectros moleculares.

Mientras todos estos avances fueron ocurriendo en el infrarojo cercano, visible y ultravioleta cercano; en otros lugares se iba extendiendo el concepto de espectro.

En 1860 James Clerk Maxwell desarrolló su teoría electromagnética, mostrando que la luz visible es sólo una pequeña parte del amplio espectro de radiación, el cual tiene un rango de longitudes de onda desde las más energéticas, rayos gamma, rayos-x, hasta las menos energéticas, microondas y ondas de radio. Las ondas de radio fueron descubiertas experimentalmente en 1887 por Heinrich Hertz, y los rayos-x por Wilhelm Röntgen en 1895.

Los mecanismos por los cuales se emite la radiación electromagnética varía con la longitud de onda; así la radiación visible se produce por transiciones electrónicas en átomos y moléculas, la radiación de grandes longitudes de onda se origina por inducción directa de corrientes en conductores y transiciones rotacionales y vibracionales en moléculas; mientras la radiación de longitudes de onda corta se da por las interacciones con electrones próximos al núcleo del átomo [25].

Esta nueva ciencia, la espectroscopia, se desarrolló rápidamente en el visible, el infrarrojo cercano y ultravioleta cercano, sin embargo avanzó lentamente en los otros rangos espectrales; por ejemplo, no fue hasta 1933 que se llevó a cabo un significativo trabajo sobre

espectroscopía de gases en microondas. Se sabe que Karl Jansky al hacer observaciones del centro galáctico detectó ondas de radio, sin embargo no fue hasta después de la segunda guerra mundial que la radio astronomía se desarrolló notablemente debido al desarrollo en el instrumental y la intalación de observatorios terrestres aprovechando la transparencia de la atmósfera a dicha radiación [45].

Posteriormente Alan Walsh en 1955 desarrolla la espectroscopia de absorción atómica, haciendo análisis espectroquímico de materiales y estudios sobre espectroscopía molecular.

Los estudios en frecuencias de microondas, ultravioleta, rayos-x y gamma se desarrollaron después de 1960 cuando se construyeron cohetes y naves para hacer observaciones fuera de la atmósfera terrestre, debido a que esta absorbe la radiación ultravioleta, rayos-x y gamma [25].

## 1.6 Formación de Líneas

En 1908 Ernest Rutherford empieza la investigación de la estructura atómica, luego en 1913 el modelo atómico de Bohr propone que únicamente ciertas órbitas de energía del átomo están permitidas para los electrones; posteriormente Planck relaciona la energía con la longitud de onda del fotón, en su ecuación  $E = h\nu$ .

Y finalmente desde el punto de vista cuántico se concluyó que las energías de los electrones están cuantizadas, es decir solamente ciertos valores de energía están permitidos.

En el caso de una estrella, la radiación fluye desde el interior de la estrella hacia la atmosfera estelar; la radiación que proviene del interior de la estrella es casi continua en longitudes de

onda, el gradiente de temperatura es pequeño y la materia está en equilibrio con la radiación circundante; es bajo estas condiciones que la distribución de energía radiante se asemeja a la del cuerpo negro; sin embargo en las capas más externas de la estrella, es decir en la atmósfera estelar el gradiente de temperatura es considerable, y la radiación del campo es considerablemente anisotrópica; entonces los átomos o iones presentes en la atmósfera estelar al estar a bajas temperaturas son capaces de absorber fotones de frecuencias discretas siendo removida parte de la radiación que fluye desde el interior; observándose una línea oscura sobre el fondo continuo del espectro estelar.

La absorción de energía a una frecuencia  $\nu_0$  se produce si un átomo o ion en la atmosfera contiene dos niveles ligados separados por una diferencia de energía  $h\nu_0$ . El foton es entonces removido del haz saliente observándose una línea de absorción; luego el foton es reemitido y puede sufrir sucesivas absorciones. Así la energía es extraída a una frecuencia discreta y esta absorción se observa sobre una distribución continua o continuo [43].

Se produce también absorción cuando el fotón original tiene tal energía que es capaz de excitar un electrón hasta el nivel de ionización produciendo un electrón libre.

La diferencia entre dispersión y absorción no es muy relevante, sin embargo en ambos casos se remueven fotones del haz incidente, por lo tanto la formación de las líneas se deben a los dos mecanismos aunque pueda predominar uno de ellos. Ambos mecanismos se producen a partir de transiciones electrónicas las cuales pueden ser:

- **Transiciones Ligado-Ligado:** involucra la absorción de un fotón y la excitación de un electrón desde una órbita ligada (elíptica, posiblemente circular) a otra órbita ligada de mayor energía, o la emisión de un fotón por desexcitación de un electrón

a una órbita de menor energía. La diferencia de energía entre las órbitas inicial y final determina la energía y la longitud de onda del fotón absorbido o emitido. La transición produce una línea discreta en el espectro.

- **Transiciones Ligado-Libre:** También reciben el nombre de transiciones elíptico-hiperbólico o discreto-continuo. Si consideramos un átomo de un electrón, este efectúa una transición desde un nivel discreto de energía al nivel continuo, ya que la energía que recibe es tal que arranca al electrón del átomo, resultando un ion positivo y un electrón libre. El espectro resultante de estas transiciones es un espectro continuo. Existe una absorción continua asociada con cada una de las series espectrales de los átomos de un electrón; en el caso del hidrógeno tenemos el continuo de Lyman, Balmer, Paschen, etc.
- **Transiciones Libre-Libre** Implica un cambio en el movimiento del electrón desde una órbita hiperbólica a otra, es decir desde un estado libre a otro. En este sentido el electrón está todavía asociado a un núcleo, aunque no esté ligado a el.

Para cálculos más refinados se tendría que encontrar el perfil de la línea bajo condiciones de presión y temperatura a todos los niveles de la atmósfera y luego tomar en cuenta la transferencia de la radiación para cada frecuencia dentro de la línea.

El contorno de una línea espectral en un gráfico de intensidad o flujo en función de la frecuencia o longitud de onda, es llamado *perfil de línea*. El perfil de una línea espectral viene a ser la distribución relativa de la intensidad, dada como un corrimiento de longitudes de onda  $\delta\lambda$  desde el centro de la línea  $\lambda_0$ , obteniendo un perfil gaussiano.

Por otro lado el perfil de una línea de absorción está íntimamente relacionado al coeficiente de absorción  $\kappa_\lambda$ , ya que este describe el número de osciladores por  $cm^3$  que pueden absorber cierto rango de frecuencias alrededor de una frecuencia central, teniendo un perfil de línea [43]. El modelo más simple utilizado para calcular el perfil de una línea, asume que la fotosfera de la estrella actúa como una fuente de radiación de cuerpo negro y que los átomos sobre la fotosfera puedan absorber los fotones desde el espectro continuo, formando líneas de absorción. El cálculo de una línea espectral depende no sólo de la abundancia del elemento que la produce, sino también de los detalles mecánico-cuánticos de como los átomos absorben los fotones [51].

Los procesos de absorción pueden ser revisados en términos del modelo del átomo de Bohr; en el que evitando las interacciones entre los electrones y de estos con sus núcleos, se restringe la discusión al caso del hidrógeno y iones con un solo electrón; aún más, para calcular la frecuencia de una línea espectral se necesita calcular la energía total del electrón en una órbita y será suficiente considerar la órbita circular puesto que la energía es independiente de la excentricidad orbital cuando hay un único electrón presente, como es el caso del hidrógeno [43].

Las líneas de absorción originadas desde el estado fundamental de un átomo o ion son usualmente muy intensas, por ejemplo las líneas H y K de Fraunhofer en el espectro solar se originan en el estado fundamental del calcio ionizado. Tales líneas son conocidas como líneas de resonancia y sus fortalezas se deben a la gran cantidad de átomos o iones que se encuentran en el estado fundamental a temperaturas incluso de varios miles de grados [25]. Para el Hidrógeno la línea de resonancia es Lyman  $\alpha$  ( $L_\alpha$ ), es la más intensa en el espectro

y se encuentra en el ultravioleta lejano  $1215 \text{ \AA}$  [52].

En 1885 Johann Balmer encuentra una ley empírica para predecir las longitudes de onda de las líneas de hidrógeno en el espectro visible:

$$\lambda = 364.56 \frac{n_2^2}{n_2^2 - n_1^2} (nm) \quad (1.6.1)$$

La expresión más familiar de la ley de Balmer es:

$$\nu = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (1.6.2)$$

Donde  $R$  es la constante de Rydberg y tiene el valor de  $3,288 \times 10^{15} \text{ Hz}$ , " $n_1$ " tiene el valor de 1, 2, 3, 4 etc. que corresponden a las series de Lyman, Balmer, Paschen, Brackett, etc. para el hidrógeno y  $n_2$  toma valores enteros desde  $n_1 + 1$  en adelante; la ecuación predice correctamente las otras series de las líneas de hidrógeno, como:

- La serie de Lyman ( $n=1$ ), en el rango ultravioleta
- La serie de Balmer ( $n=2$ ), en el visible y el ultravioleta
- La serie de Paschen ( $n=3$ ), en el infrarrojo

Puesto que todas las otras líneas Lyman comportan grandes diferencias de energía entre las órbitas inicial y final, la serie entera Lyman está en el ultravioleta. La serie de Balmer se sitúa en el visible y el cercano ultravioleta, la serie de Paschen en el Infrarrojo Cercano ( $n=3$ ), mientras todas las demás series (Brackett, Pfund) en el infrarrojo. Sin embargo la absorción continua en el visible se debe principalmente al continuo de la serie de Paschen con pequeñas contribuciones de continuos más altos, finalmente el continuo Balmer se encuentra en el ultravioleta por debajo de  $3646 \text{ \AA}$ .

Los procesos de absorción ocurren principalmente en los niveles atómicos más altos, por ejemplo las líneas de la serie de Brackett ( $n = 4$ ) se forman por absorción, en cambio la línea Lyman  $\alpha$  se forma por dispersión [43].

## 1.7 Líneas en Espectros Estelares

Los espectros de las estrellas están caracterizados por un perfil de emisión continua sobre el cual se superponen líneas de absorción de átomos, iones y moléculas. La distribución de energía emitida por una estrella, es decir en el continuo y en las líneas está determinada por las condiciones físicas de su atmósfera. Es por este motivo la necesidad de agrupar las estrellas con características físicas similares a partir del estudio de la morfología de sus espectros, estableciendo una clasificación espectral.

A principios de 1817 Fraunhofer ya había determinado que las estrellas presentaban espectros con características distintas. Los espectros estelares fueron clasificados de varias formas y con el desarrollo de instrumentos fue posible la observación de detalles más finos en los espectros.

Uno de los trabajos pioneros fue hecho en 1863 por Angelo Secchi, quién dividió a las estrellas en cuatro clases espectrales [25]: *Tipo I*: espectro con algunas líneas visibles de hidrógeno (generalmente estrellas blancas), *Tipo II*: espectro similar al del Sol (generalmente estrellas amarillas), *Tipo III*: Espectro con bandas hacia el rojo (generalmente estrellas rojas), *Tipo IV*: Espectro con bandas hacia el violeta.

Luego las estrellas llegaron a ser clasificadas de acuerdo a la complejidad del número de



líneas presentes en sus espectros. La *clase espectral* A, son estrellas con muy pocas líneas en su espectro, las estrellas de clase B con un número mayor de líneas que la clase A; y las estrellas de clase C con un número mayor de líneas que la clase B y la clase A, y así sucesivamente.

A fines del siglo XIX Edward Pickering, director del Observatorio de Harvard trabajó en un ambicioso proyecto de registro, clasificación y elaboración de catálogos de espectros estelares hasta la novena magnitud. Junto con su asistente Williamina P. Fleming publicaron un catálogo de 10 000 estrellas agrupadas en un sistema de clases espectrales denotadas por las letras A, B, C, y así sucesivamente, considerando la intensidad de las líneas de absorción de hidrógeno.

En 1896 Annie Jump Cannon, otra asistente de Pickering, catalogó estrellas variables, y clasificó espectros estelares tomados en el observatorio de Arequipa.<sup>1</sup> Desde la estación de Arequipa se realizaron observaciones de las Cefeidas de la Nube de Magallanes, que condujeron posteriormente a Miss Herietta S. Leavitt a hallar la famosa relación “periodo-luminosidad” con la cual se estimó el tamaño de nuestra galaxia y su distancia a las galaxias vecinas, se obtuvo en definitiva la escala del universo.

Luego en 1901 Annie Jump Cannon, reorganizó y consolidó la secuencia de espectros situando O y B antes de A y añadiendo subdivisiones decimales, por ejemplo la clase espectral A se subdividió en A0, A1, A2,...,A9 y de igual forma las otras clases espectrales.

Con estos cambios la clasificación de espectros de Harvard llegó a ser una secuencia de

---

<sup>1</sup>Este observatorio fue parte del proyecto del observatorio de Harvard en la búsqueda de estrellas variables en el Hemisferio Sur, puesto que en el Hemisferio Norte contaban con el observatorio de Oak Ridge.

temperaturas: O-B-A-F-G-K-M, siendo O las estrellas más calientes y azules (en virtud de las líneas de He en sus espectros), y M las estrellas más frías y rojas (debido a la presencia de bandas moleculares). Las estrellas de clases O, B y A son llamadas estrellas de *tipo temprano* mientras que las de tipo G, K y M estrellas de tipo tardío. Cannon clasificó alrededor de 225 000 espectros entre 1911 y 1914, los resultados fueron publicados en nueve volúmenes con el nombre Catálogo Henry Draper (Cannon y Pickering, 1918-1924). En la actualidad muchas estrellas están referidas por sus números HD, por ejemplo la primera estrella en el catálogo HD1, es Betelgeuse. Las extensiones posteriores del catálogo Henry Draper elevaron el número de estrellas a 400 000.

Con el trabajo de Hertzsprung y Russell entre 1905 y 1913, se encontró que estrellas de una misma clase espectral tenían diferentes radios y densidades. Se definieron así: las *clases de luminosidad*: Ia0  $\rightarrow$  Supergigantes extremas (SG), Ia  $\rightarrow$  SG luminosas, Iab  $\rightarrow$  SG moderadas, Ib  $\rightarrow$  SG menos luminosas, II  $\rightarrow$  Gigantes brillantes, III  $\rightarrow$  Gigantes normales, IV  $\rightarrow$  Subgigantes y V  $\rightarrow$  Enanas.

En 1943 ya desde puntos de vista modernos, tres astrónomos William Morgan, Philip Keenan y Edith Kellman adoptaron la idea de clasificación en subdivisiones de Antonia Maury<sup>2</sup> y añadieron la clase de luminosidad como segundo parámetro de clasificación publicando una versión revisada del Catálogo Henry Draper, conocida como Sistema MKK, este sistema con las subsecuentes revisiones y extensiones ha llegado a ser el sistema estándar de clasificación hasta el día de hoy.

---

<sup>2</sup>Ella creó 22 grupos de espectros estelares además de sus respectivas subdivisiones que describían la apariencia física de las líneas espectrales

El Sol, por ejemplo, es una estrella de tipo G2V, las principales líneas en las estrellas tipo G son las líneas de Balmer; las líneas de calcio ionizado son intensas y las líneas de metales neutros se van haciendo más intensas. En estrellas de tipo espectral K muchas de las líneas se deben a metales neutros y empiezan a aparecer bandas moleculares como TiO [25].

Existen trabajos de identificación de líneas en manchas solares donde fue posible observar varias de las especies atómicas y moleculares que aparecen en estrellas mucho más frías; por este motivo trabajos de identificación de líneas en estrellas más frías como el de Hinkle, Wallace & Livingston (1995), para la estrella *Arcturus*, son de gran importancia. En ese trabajo se encontró que eran muy pocas las líneas que no aparecían en el Sol. Esto hace del Sol una estrella patrón para el estudio de estrellas de tipo espectral F,G,K,M, en el análisis de espectroscopia astronómica [38].

Afirman Swewnsson y Risberg [22] que el Sol ha sido reconocido como una excelente fuente de luz espectroscópica y muchas líneas predichas en varios espectros han sido encontradas como resultado de observaciones solares. Por otra parte las conocidas diferencias entre los espectros de las manchas solares y los de la atmósfera solar pueden aclararse sin dificultad debido a la menor temperatura de las manchas solares.

Las líneas de los iones predominan en las clases espectrales tempranas, mientras que líneas de átomos neutros y moléculas son características de las clases espectrales tardías. Estas diferencias se deben primero a las diferentes temperaturas efectivas, luego a la presión atmosférica y finalmente a la abundancia química que no es tan relevante. Pero en general es la temperatura de la atmósfera estelar la que determina la apariencia del espectro [43].

## 1.8 Estructura de una estrella

Tomando como ejemplo nuestra estrella, el Sol tiene la siguiente estructura:

- *Núcleo*, con una temperatura de 15 millones de grados Kelvin, es la zona donde la energía se produce por reacciones termonucleares.
- *Zona Radiativa*, en esta capa la energía fluye por radiación
- *Zona Convectiva*, tiene un grosor alrededor del 15% del radio solar
- *Fotosfera*, es la llamada capa visible del Sol. Tiene un grosor de 330 Km aproximadamente y una temperatura de 5785 K .
- *Cromósfera*, se encuentra por encima de la fotosfera y es de color rojizo, es visible durante los eclipses solares. Se extiende por más de 10 000 Km y tiene una temperatura que va aumentando desde su base hasta la cima de la capa, tiene un valor medio de 15 000 K
- *Corona*, esta capa se extiende alrededor de dos radios solares y es visible durante los eclipses totales.

# Capítulo 2

## Aspectos Teóricos

En este capítulo se introducirá los conceptos físicos y astronómicos más relevantes para este trabajo así como la notación y unidades correspondientes.

Para resolver las ecuaciones que surgen de la interacción de la radiación con la materia; consideramos al campo de radiación como un fluido.

### 2.1 Intensidad Específica

[17] Considerando una superficie radiante, definimos la intensidad o intensidad específica como la energía que atraviesa un  $dA$  en dirección  $n$ , tiempo, ángulo sólido y frecuencia:

$$I_\nu = \frac{dE_\nu}{dA \cos\theta dt d\omega d\nu} \quad (2.1.1)$$

Donde  $\cos\theta = n \cdot n'$ , siendo  $n'$  la normal del área  $dA$  y  $n$  la dirección de la  $I_\lambda$

Definimos también la intensidad media,  $J_\nu$ , como el promedio de la intensidad específica en todas las direcciones y en todos los diferenciales de ángulos sólidos:

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \oint I_\nu d\omega \quad (2.1.2)$$

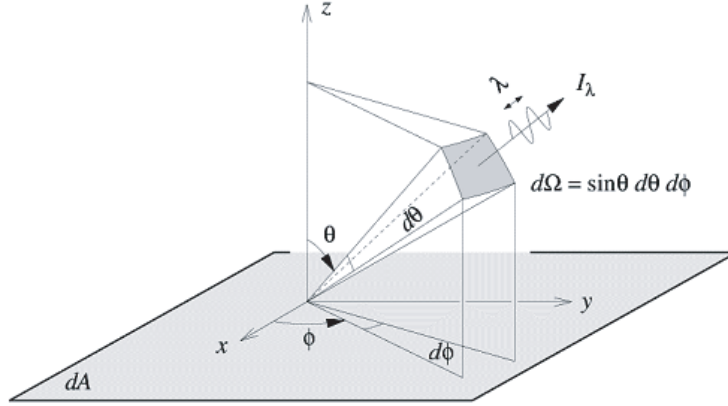


Figura 2.1: **Intensidad específica**

## 2.2 Flujo

[17] Es la energía total por unidad de área y tiempo

$$F_\nu d\nu = \oint \frac{dE_\nu}{dA dt} d\omega d\nu \quad (2.2.1)$$

Es decir:

$$F_\nu = \oint I_\nu \cos\theta d\omega \quad (2.2.2)$$

La integral cerrada indica la integración completa sobre todas las direcciones posibles.

La intensidad específica sólo puede ser medida directamente si se puede resolver la superficie radiante, de lo contrario se mide el flujo, es por esta razón que para la mayoría de las estrellas se mide el flujo.

## 2.3 Luminosidad

[53] La *luminosidad*  $L$  o brillo de una estrella está definida como la energía total emitida por unidad de tiempo en todas las longitudes de onda. Si suponemos que la estrella es una esfera perfecta de radio  $R$  y si  $f_{\lambda}^{(s)} d\lambda$  es la distribución de energía emitida en la superficie, la luminosidad de la estrella será

$$L = 4\pi R^2 \int_0^{\infty} f_{\lambda}^{(s)} d\lambda = 4\pi R^2 F \quad (2.3.1)$$

De la ecuación anterior se deduce que  $F = \int_0^{\infty} f_{\lambda}^{(s)} d\lambda$  es el flujo total de energía emitido en la superficie.

## 2.4 Ley de Radiación de Planck o Función de Planck

[52] La distribución de energía para un cuerpo negro, en función de la frecuencia o longitud de onda está dada por la fórmula de Planck:

$$I_{\nu} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (2.4.1)$$
$$I_{\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Donde la constante de Planck es  $h = 6,63 \times 10^{-34}$  J s ;  $c = 2,9979 \times 10^{10}$  cm/s la velocidad de la luz,  $k = 1,3807 \times 10^{-16}$  erg/K la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura absoluta. Por otro lado para un cuerpo negro las funciones  $I_{\lambda}$ ,  $I_{\nu}$  se designan por  $B_{\lambda}(T)$  y  $B_{\nu}(T)$ .

Para un cuerpo negro el flujo de energía por unidad de longitud de onda es [36]:

$$F_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1} \quad (2.4.2)$$

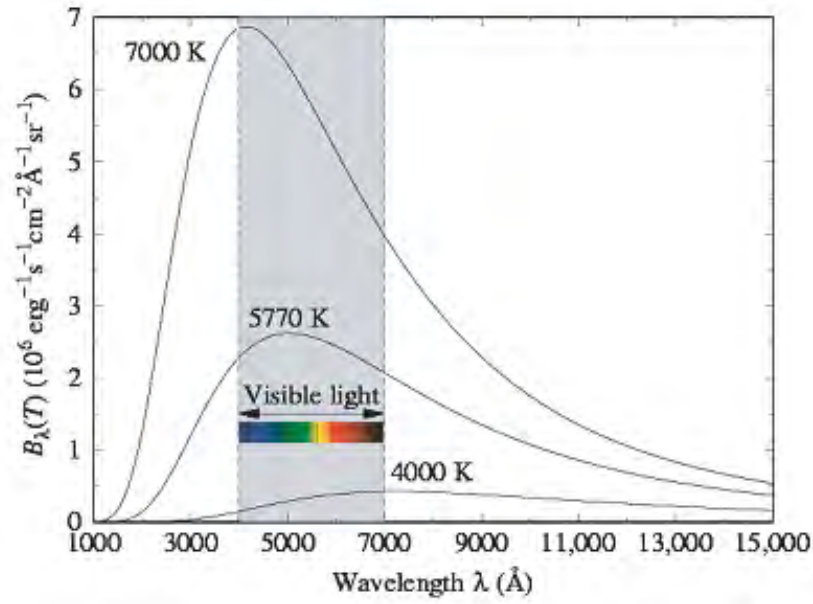


Figura 2.2: Ley de Planck



## 2.5 Ley de Desplazamiento de Wien

[48] La curva de distribución de energía del espectro continuo tiene forma similar a la del cuerpo negro (Ley de Planck), por lo tanto cuanto mayor es la temperatura el máximo de la distribución de energía ocurre a longitudes de onda más pequeñas. La relación entre la longitud de onda y la temperatura de un cuerpo radiante, en la cual el flujo de energía es máximo se expresa por la Ley de Desplazamiento de Wien, en la cual el flujo total máximo está dado por:

$$\begin{aligned}\frac{dF_{\lambda,T}}{d\lambda} &= 0 \\ \lambda_{max}T &= C\end{aligned}\tag{2.5.1}$$

Donde  $C = 0,29 \text{ cm } ^\circ K$

## 2.6 Ley de radiación de Stefan-Boltzmann

[48, 36] El flujo total de energía emitido por una superficie que radia como cuerpo negro varía con la cuarta potencia de su temperatura. Stefan y Boltzmann midieron

$$F(T) = \int_0^\infty f_{\lambda,T}^{(s)} d\lambda = \sigma T^4\tag{2.6.1}$$

Donde  $\sigma$  es la constante Stefan-Boltzmann<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>En unidades cgs,  $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} = 5,67 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} K^{-4} s^{-1}$

## 2.7 Equilibrio Termodinámico

Un cuerpo está en equilibrio termodinámico con el campo de radiación cuando este se comporta como un cuerpo negro ideal (cuerpo que emite por cada centímetro cuadrado de su superficie y en cada longitud de onda tanta radiación como la que absorbe). Esto ocurre únicamente cuando el cuerpo y sus alrededores están a la misma temperatura [52].

En el caso de las estrellas se asume que están en Equilibrio Termodinámico (ET) considerando [55]:

- Que los procesos de emisión, absorción, difusión y colisión en las estrellas son muy rápidos con respecto a las escalas de evolución dinámica.
- En cada punto de su interior existe Equilibrio Termodinámico Local (ETL) y una sola temperatura describe la distribución de energía de fotones y electrones.
- La excitación e ionización del gas están determinadas por las leyes de Boltzman y Saha.
- El campo de radiación está caracterizado por la Función de Planck.

## 2.8 Equilibrio Termodinámico Local (ETL)

Las condiciones necesarias para el equilibrio termodinámico local ETL son :

- El campo de radiación y la materia deben estar fuertemente acoplados a través de los procesos de emisión y absorción (cualquier cambio en el campo de radiación debe transmitirse inmediatamente a la materia y viceversa).

- El camino libre medio de los fotones y de las partículas debe ser menor que la distancia en la cual la temperatura tenga un cambio apreciable.

La condición necesaria y suficiente para el ETL es que la densidad de materia y radiación sea alta. A mayor densidad mejores condiciones para el ETL [55].

Para atmósferas estelares normales los rangos de temperaturas efectivas son:

$1000K < T_{ef} < 50000K$ . Las presiones son tales que permite la existencia de líneas espectrales y las densidades no son tan grandes como para ajustarse a las leyes de los gases ideales.

Asumir equilibrio termodinámico local (ETL) implica que los componentes del gas que forman la atmósfera estelar se comportan como si estuviesen en equilibrio termodinámico caracterizado por el valor local de la temperatura cinética [15].

La razón por la cual las líneas espectrales cambian con la temperatura se debe en gran parte al equilibrio entre los átomos ionizados y los átomos excitados que componen las capas externas de la estrella; es así como la población de los diferentes niveles excitados es dependiente de la temperatura y se da en ETL por la fórmula de Boltzmann. La población de los diferentes niveles de ionización son dados en ETL por la ecuación de Saha [25].

## 2.9 Temperatura Efectiva

Si la estrella emitiera como un cuerpo negro, el flujo total en su superficie sería igual a  $\sigma T^4$ , donde T es la temperatura de cuerpo negro. Las estrellas no radían como cuerpos negros ya que sus distribuciones de energía  $f_{\lambda,T}^{(s)} d\lambda$  se desvían notablemente de una curva de Planck,

sin embargo se define la *Temperatura Efectiva*  $T_{ef}$  como la temperatura que debería tener una estrella si radiara como cuerpo negro; en estricto equilibrio termodinámico viene a ser la temperatura cinética del plasma fotosférico o temperatura de brillo es decir:

$$F = \sigma T_{ef}^4 = \frac{L}{4\pi R^2} \quad (2.9.1)$$

La temperatura efectiva no sólo mide el flujo total de energía  $F$  sino que además es una temperatura representativa del material que compone la atmósfera estelar.

## 2.10 Distribución de Velocidades de Maxwell

[17] Bajo condiciones de equilibrio termodinámico y algunas veces sin ellas, la velocidad de las partículas de un gas obedecen la ley de Distribución Maxwelliana, también conocida como *Ley de Distribución Maxwell-Boltzmann*. La orientación del sistema de coordenadas es arbitraria puesto que la distribución térmica de velocidades es isotrópica. En coordenadas rectangulares la fracción de partículas en un intervalo de velocidad  $dv$  es:

$$\frac{N(v_x, v_y, v_z)dv_x dv_y dv_z}{N_{total}} = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv_x dv_y dv_z \quad (2.10.1)$$

Donde:

$N(v_x, v_y, v_z)$  = Número de partículas con componentes entre  $v$  y  $v + dv$

$N_{total}$  = número total de partículas

$m$  = masa de la partícula

Esta función con las tres componentes de velocidad,  $N(v_x, v_y, v_z)$  se conoce como una función gaussiana.

## 2.11 Transición electrónica

Una transición electrónica ocurre cuando los electrones efectúan un salto cuántico de un nivel a otro produciendo un cambio en la energía del átomo; en realidad ocurren interacciones relativas entre las órbitas electrónicas produciendo cambios de energía.

Cuando un átomo absorbe un fotón de un campo de radiación, este gana energía, ocurriendo una transición ascendente; cuando el átomo emite un fotón al campo de radiación pierde energía, ocurriendo una transición descendente.

Las transiciones pueden ser permitidas o prohibidas y algunas transiciones más prohibidas que otras. La probabilidad de ocurrencia de algún tipo de transición se debe principalmente al tiempo promedio o tiempo de vida de un nivel de energía excitado, este tiempo es llamado *tiempo de vida de la transición*. Para transiciones permitidas los rangos de tiempos de vida son desde  $10^{-8}$  s; alrededor de  $10^{-5}$  s para transiciones de intercombinación hasta  $10^{-3}$  s para transiciones prohibidas [25].

## 2.12 Reglas de Selección

Las transiciones pueden ocurrir entre diferentes niveles de energía; en la presencia de campos magnéticos o eléctricos ocurren transiciones entre estados individuales que comprenden diferentes niveles, sin embargo no todas las transiciones posibles ocurren. Las reglas que determinan cuáles son las transiciones posibles y cuáles son prohibidas se denominan reglas de selección. Las reglas de selección bajo el acoplamiento L-S son [25]:

- El momento angular orbital  $L$  puede ser 0 ó  $\pm 1$ :  $[\Delta L = 0, \pm 1]$ , excepto para

$(L = 0 \rightarrow L = 0)$  transición prohibida.

- El momento angular total  $J$  puede ser 0 ó  $\pm 1$ :  $[\Delta J = 0, \pm 1]$ , excepto para

$(J = 0 \rightarrow J = 0)$  transición prohibida.

- El momento angular del espín  $S$  es cero:  $[\Delta S = 0]$
- Y la paridad debe cambiar.

En presencia de campo magnético el número cuántico magnético  $M$  puede ser 0 ó  $\pm 1$ :

$$[\Delta M = 0; \pm 1]$$

Para desdoblamiento hiperfino el momento angular total del átomo  $F$  puede ser 0 ó  $\pm 1$ :

$[\Delta F = 0; \pm 1]$ ; excepto para  $(F = 0 \rightarrow F = 0)$  transición prohibida.

## 2.13 Procesos físicos en las transiciones

Al analizar la interacción de la radiación con un sistema atómico de dos niveles discretos de energía con sus correspondientes pesos estadísticos pueden ocurrir tres procesos físicos [54]:

- **Emisión espontánea:** El átomo (o electrón) experimenta espontáneamente una transición hacia el nivel de energía más bajo, con la emisión de un fotón. Es decir, si el átomo se encuentra inicialmente en el estado de energía superior  $E_2$  decae al nivel de energía inferior  $E_1$ , con la emisión de un fotón de frecuencia  $\nu = (E_2 - E_1)/h$ .
- **Absorción estimulada:** El átomo es estimulado por un fotón de frecuencia  $\nu$  de un campo electromagnético, provocando una transición de un estado de baja energía a otro de mayor energía absorbiendo un fotón.

- **Absorción negativa o Emisión estimulada:** Cuando un átomo (o electrón) experimenta una transición descendente emite un fotón. Si ello ocurre en la presencia de un fotón del mismo tipo como el emitido en la transición, la probabilidad del evento se incrementa de forma notable, lo que se denomina resonancia. Estos fotones producidos por emisión estimulada se añaden al campo de radiación con la misma dirección, polarización y fase de aquel fotón estimulante. La emisión estimulada puede ocurrir únicamente en presencia de radiación de la misma longitud de onda que el fotón emitido en la transición.

## 2.14 Probabilidades de Transición y/o Coeficientes de Einstein

Existen tres probabilidades asociadas a cada transición, conocidas como Probabilidades de Transición de Einstein [25]:

- **Probabilidad de Transición de Emisión espontánea ( $A_{21}$ ):** Probabilidad de que el átomo espontáneamente efectúe una transición descendente por unidad de tiempo. Esta probabilidad de transición se simboliza por  $A_{21}$ , donde 2 y 1 son los niveles superior e inferior de la transición. En términos del tiempo de vida de las transiciones,  $A_{21}$  toma valores desde  $10^{-8} s^{-1}$  para transiciones permitidas hasta  $10^{-15} s^{-1}$  o menos para transiciones prohibidas. El número de transiciones espontáneas por unidad de tiempo y unidad de volumen es

$$A_{21} N_2 dt$$

Donde  $N_2$  es la densidad numérica de átomos en el nivel superior y  $A_{21}$  es el coeficiente de Einstein de emisión espontánea.

- **Probabilidad de Transición de Absorción (estimulada) ( $B_{12}$ ):** Probabilidad de que el átomo efectúe una transición ascendente en presencia de un campo de radiación por unidad de tiempo. Esta probabilidad dependerá sobre todo de la intensidad de radiación a una longitud de onda característica además de las propiedades del átomo. El número de absorciones por unidad de volumen y tiempo es

$$B_{12}N_1I_\lambda dt$$

Donde  $N_1$  es la densidad numérica de átomos en el nivel inferior,  $I_\lambda$  es la intensidad de radiación a una longitud de onda que induce la transición del nivel 1 al 2 y  $B_{12}$  es el coeficiente de Einstein de absorción (estimulada).

- **Probabilidad de Transición de Absorción Negativa o Emisión Estimulada ( $B_{21}$ ):** Probabilidad de que el átomo efectúe una transición descendente emitiendo un fotón en presencia de otro fotón del mismo tipo. El número de emisiones estimuladas por unidad de volumen y tiempo es:

$$B_{21}N_2I_\lambda dt$$

Donde  $N_2$  es la densidad numérica de átomos en el nivel superior,  $I_\lambda$  es la intensidad de radiación a una longitud de onda que induce la transición del nivel 2 al 1 y  $B_{21}$  es el coeficiente de Einstein de emisión estimulada.

Las probabilidades de transición son propiedades de los átomos e independientes de la temperatura.



## 2.15 Término, Nivel y Estado

En general, en términos de la mecánica cuántica, la energía de un átomo se puede describir por Términos, Niveles y Estados.

**Estado de energía:** es la energía correspondiente a un valor del número cuántico magnético  $M$ , para un valor particular del momento angular total  $J$ , puesto que  $M$  es vectorialmente la proyección de  $J$ .

**Nivel de energía:** es el conjunto de estados de energía, que en ausencia de un campo magnético, tales estados tienen la misma energía. Viene a ser la energía correspondiente a un valor específico del momento angular total  $J$ , para un par particular de valores del momento angular orbital  $L$  y el momento angular del espín  $S$ .

**Término:** conjunto de niveles de distinta energía. La energía de un término está dada por los propios niveles de energía.

El conjunto de niveles que tienen el mismo valor:  $n, 2s + 1, (L)$ ; forman un término del átomo [52].

Los electrones que contribuyen al momento angular orbital  $L$  y al momento angular del espín  $S$  se denominan no-equivalentes (electrones que pertenecen a diferentes subgrupos  $(n, l)$ ; así todos los términos obtenidos de todas las combinaciones de  $L$  y  $S$  son permitidos). Para electrones equivalentes ( $n = l$ ) el principio de Exclusión de Pauli excluye algunas posibles combinaciones [25].

## 2.16 Potencial de Excitación

La energía requerida para que un electrón haga un salto cuántico desde el nivel fundamental a algún estado excitado  $n$ , se denomina potencial de excitación del nivel  $n$ , el cual es siempre positivo y se le representa por “ $\chi_n$ ”. El potencial de excitación  $\chi_n$  viene a ser la diferencia de energía entre algún estado excitado y el estado fundamental  $\chi_n = E_n - E_1$ ; por ejemplo el primer potencial de excitación es la energía que requiere un electrón para hacer una transición desde el estado fundamental al primer estado excitado [43].

Si se conociera la energía de un electrón en su estado fundamental y éste efectuara una transición, se puede conocer la energía que tendrá el electrón en su nivel excitado a partir de la ecuación:

$$\chi_{superior} = \chi_{inferior} + \frac{\sigma}{8065,46} \quad (2.16.1)$$

Donde el potencial de excitación es dado en  $eV$  y el número de onda<sup>2</sup>  $\sigma$  en  $cm^{-1}$  [38]. Usualmente las unidades del potencial de excitación son los electronvolts (eV), sin embargo en la literatura puede ser encontrado en ( $cm^{-1}$ ); para convertir a unidades de (eV) utilizamos  $1 \text{ eV} = 8065.46 \text{ cm}^{-1}$ .

---

<sup>2</sup>El número onda  $\sigma$  es el número de ondas contenidas en un cm de longitud. En primera aproximación  $\sigma \cong \frac{10^8}{\lambda_{aire}} (\lambda_{aire} \text{ en } \text{\AA})$ . El valor más preciso para el número de onda  $\sigma$ , se obtiene invirtiendo la ecuación (2.26.1)

## 2.17 Excitación e ionización atómica en equilibrio termodinámico

La energía del nivel  $n$  con respecto a la primera órbita se denominada *potencial de excitación*  $\chi_n$ . Puesto que todos los niveles ligados tienen energía negativa, el nivel fundamental es más negativo, por lo tanto los potenciales de excitación e ionización son siempre positivos. La población relativa de átomos en cada nivel depende de los mecanismos por los cuales se pueblan o despueblan los niveles. Los mecanismos que ocurren en la fotosfera solar son transiciones radiativas, colisionales y espontáneas.

La fracción de átomos (o iones) excitados al  $n$ -ésimo nivel  $n$ , es proporcional al *peso estadístico* <sup>3</sup>  $g_n$ , también llamado factor Boltzmann [48]. Boltzmann demostró que la probabilidad de encontrar un átomo o electrón en un estado excitado con energía  $\chi_n$  decrece exponencialmente con el incremento de  $\chi_n$ , pero se incrementa con el aumento de la temperatura  $T$

$$\frac{N_n}{N_1} = \frac{g_n}{g_1} e^{-\chi_n/kT} \quad (2.17.1)$$

Se denomina a esta ecuación **fórmula de Boltzmann** <sup>4</sup>. Donde  $\chi_n$  es el potencial de excitación,  $g_n$  y  $g_1$  son los pesos estadísticos y  $k$  la constante de Boltzmann.

Es conveniente expresar  $N_n$  el número de átomos por unidad de volumen en un nivel  $n$  como la fracción de todos los átomos de la misma especie

---

<sup>3</sup>El peso estadístico es  $g = 2J + 1$  (donde  $J$  es el momento angular total)

<sup>4</sup>La fórmula de Boltzmann es una forma especial de la distribución de Maxwell para la energía cinética de partículas, donde el número de partículas con energía  $E$ , es siempre proporcional a  $e^{-E/kT}$

$$\begin{aligned}\frac{N_n}{N} &= \frac{g_n e^{(-\chi_n/kT)}}{g_1 + g_2 e^{(-\chi_2/kT)} + g_3 e^{(-\chi_3/kT)} + \dots} \\ \frac{N_n}{N} &= \frac{g_n}{u(T)} e^{(-\chi_n/kT)}\end{aligned}\tag{2.17.2}$$

Donde  $u(T)$  es la *función de partición*<sup>5</sup>:  $u(T) = \sum g_i e^{(-\chi_i/kT)}$ . Por otro lado si reemplazamos la **base e** del término exponencial por la **base 10** y expresamos  $\chi_n$  en electron volts en lugar de ergios tenemos [43]:

$$\begin{aligned}e^{-\chi_n(erg)/kT} &= 10^{-\chi_n(eV) \times 1,6021 \times 10^{-12}(erg/eV)(1/kT)(\log_{10}e)} \\ &= 10^{-(5040,2/T)\chi_n(eV)} \\ &= 10^{-\theta\chi_n(eV)}\end{aligned}$$

Por lo tanto la ecuación final es:

$$\frac{N_n}{N} = \frac{g_n}{u(T)} 10^{-\theta\chi_n}\tag{2.17.3}$$

Las ecuaciones (2.17.2) ó (2.17.3) se conocen como **Ecuación de Excitación o Ecuación de Boltzmann**.

[48, 43] Por otro lado la diferencia de energía entre el nivel fundamental y el continuo se denomina *potencial de ionización* “ $\chi_\infty$ ”. El grado de ionización de un átomo o ion se obtiene por la **Ecuación de Saha**

$$\frac{N_1^+}{N_1} N_e = \frac{2(2\pi m k T)^{3/2}}{h^3} \frac{g_1^+}{g_1} e^{-\chi_+/kT}\tag{2.17.4}$$

---

<sup>5</sup>La función de partición es un parámetro de normalización que muestra el número total de partículas disponibles para la distribución entre los varios estados de energía

Donde  $N_e$  es el número de electrones libres por  $cm^3$ ;  $m$  es la masa del electrón;  $N_1^+$  es el número de iones en su estado fundamental, y  $N_1$  es el número de átomos en el estado fundamental,  $g_1^+$  es el peso estadístico del estado fundamental del ion y  $g_1$  es el peso estadístico del estado fundamental del átomo.

Esta ecuación puede ser reescrita como la razón del número total de iones  $N^+$  al número total de átomos  $N$ ; luego de calcular  $N/N_1$  y  $N^+/N_1^+$  a partir de la ecuación (2.17.1), observamos que  $N$  es la suma de todas las partículas en los diferentes estados cuánticos  $N_n$ , y similarmente  $N^+$  es la suma de todos los iones en sus diferentes estados cuánticos  $N_n^+$ .

Así tenemos:

$$N_n^+ = N_1^+ \frac{g_n^+}{g_1^+} e^{-\chi_n^+/kT}$$

y

$$N^+ = N_1^+ + \sum_{n=2}^{\infty} N_n^+ = N_1^+ + \frac{N_1^+}{g_1^+} \sum_{n=2}^{\infty} g_n^+ e^{-\chi_n^+/kT}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned} N^+ &= \frac{N_1^+}{g_1^+} (g_1^+ + \sum_{n=2}^{\infty} g_n^+ e^{-\chi_n^+/kT}) = \frac{N_1^+}{g_1^+} u^+ \\ \frac{N^+}{N_1^+} &= \frac{u^+}{g_1^+} \end{aligned} \quad (2.17.5)$$

Donde  $u^+$  es la función de partición del ion. Luego se multiplica la ecuación (2.17.4) por

$\frac{N^+}{N_1^+} \times \frac{N_1}{N}$ , obteniendo la conocida la conocida **Ecuación de Saha**:

$$\frac{N^+}{N} N_e = \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \frac{u^+}{u} e^{-\chi^+/kT} \quad (2.17.6)$$

Otra expresión conveniente de la ecuación de Saha es utilizar la presión electrónica  $P_e$  en lugar del número de electrones libres por  $cm^3$   $N_e$ , el hecho de considerar la presión se debe a que los electrones pueden ser considerados en términos del número de electrones por  $cm^3$ , para esto se utiliza la ley de los gases ideales  $PV = NRT$ , ó también  $P_e = N_e kT$ , donde  $N_e$  es el número de electrones por  $cm^3$ , entonces la ecuación de Saha puede ser escrita como:

$$\frac{N^+}{N} P_e = \frac{2(2\pi m)^{3/2}}{h^3} (kT)^{5/2} \frac{u^+}{u} e^{-\chi^+/kT} \quad (2.17.7)$$

Bajo la hipótesis de que las estrellas se comportan como cuerpos negros (emisores y absorbentes perfectos), la radiación estelar debe satisfacer las siguientes leyes [1]: La intensidad de una línea dependerá fundamentalmente de que fracción de átomos del elemento correspondiente se encuentren en el nivel de ionización y en el nivel o estado de excitación, a partir del cual puede ser absorbida la línea.

## 2.18 Los procesos de absorción: absorción y dispersión

Cuando un fotón interactúa con un átomo, este puede ser absorbido o dispersado. La dispersión es el proceso en el que el fotón se desvía de su curso original pero sin cambiar su longitud de onda. La absorción es el proceso que convierte al fotón en fotones de diferentes longitudes de onda u otras formas de energía. Si un fotón encuentra a un átomo y excita a un electrón ligado a un nivel superior, ocurre *dispersión* si el electrón retorna directamente a su estado inicial, por lo tanto se emite un fotón de la misma longitud de onda que el fotón original (aunque no necesariamente en la misma dirección); la absorción se produce si el electrón va cayendo a niveles inferiores emitiendo dos o más fotones de longitud de

onda diferente del fotón original. La absorción también ocurre si el fotón incidente tiene la suficiente energía como para excitar un electrón hasta el nivel de ionización con la emisión de un electrón libre. Tanto los procesos de absorción como de dispersión remueven fotones del haz incidente [43].

## 2.19 Opacidad

La opacidad  $\kappa_\lambda$  del material estelar se determina por como los fotones interactúan con las partículas (átomos, iones y electrones libres); si el fotón pasa dentro del área de la sección transversal  $\sigma_\lambda$  de la partícula, puede ser absorbido o dispersado. Son justamente ambos procesos, absorción y dispersión los que contribuyen a la opacidad del material estelar. La opacidad de una atmósfera estelar a cualquier longitud de onda está correlacionada con la intensidad o (flujo) que puede escapar de la atmósfera a esa longitud de onda; a mayor opacidad menor es la cantidad de radiación que puede salir de la atmósfera estelar [43].

El espectro continuo de una estrella es el resultado de una lenta variación de la opacidad con la longitud de onda, mientras que las líneas de absorción superpuestas en el continuo son el resultado de una rápida variación de la opacidad con la longitud de onda.

## 2.20 Coeficiente de absorción continua

La forma del espectro continuo emitido por una estrella, está determinado por el coeficiente de absorción continuo y su dependencia con la longitud de onda; es necesario conocer bien el **coeficiente de absorción por unidad de masa**, “ $\kappa_\nu$ ” de tal forma que podamos ajustar de forma precisa, un espectro modelado computacionalmente al espectro de una estrella real.

El coeficiente de absorción continua total es el resultado de muchos procesos físicos, los cuales pueden ser clasificados en dos categorías:

1. Ionización: Se produce por las transiciones ligado-libre
2. Transiciones libre-libre: donde una carga es acelerada y pasa muy de cerca de otra

El otro proceso físico probable son las transiciones ligado-ligado, de las cuales resultan las líneas espectrales, estas normalmente no son incluídas en “ $\kappa_\nu$ ”; sin embargo cuando muchas de ellas están superpuestas actúan como procesos de absorción continua.

La mayor parte de la opacidad en el continuo se debe al hidrógeno, esto por su alta abundancia química en el universo.

El coeficiente de absorción atómico, con unidades de área por absorbedor, lo llamaremos “ $\alpha$ ”.

El coeficiente de absorción continuo por átomo de hidrógeno neutro es denotado por “ $\kappa$ ”.

Tanto “ $\alpha$ ” como “ $\kappa$ ” no son una distribución; sin embargo se suele expresar “ $\kappa$ ” en unidades de área por masa como “ $\kappa_\nu$ ”, este subíndice indica solamente la importancia de la dependencia de la frecuencia con el coeficiente de absorción continua[17].



## 2.21 Coeficientes de Absorción y Emisión

Si tenemos un medio de grosor  $ds$  y un haz de radiación de intensidad  $I_\nu$  atraviesa el medio, la intensidad del haz resultante será  $I'_\nu$ . Esta diferencia en la intensidad del haz de radiación es proporcional a la intensidad inicial y al grosor del medio  $ds$ ; esta constante de proporcionalidad  $\alpha_\nu$  ( $cm^{-1}$ ), es el ***coeficiente de absorción, coeficiente de extinción u opacidad del medio***:

$$dI_\nu = -\alpha_\nu I_\nu ds \quad (2.21.1)$$

Por otro lado el coeficiente de absorción es igual al coeficiente de absorción por unidad de masa por la densidad  $\alpha_\nu = \kappa_\nu \rho$  [43], de la relación se deduce que el coeficiente de absorción y la densidad son independientes del espesor del medio. Entonces la ecuación (2.21.1) sería:

$$dI_\nu = -\kappa_\nu \rho I_\nu ds \quad (2.21.2)$$

Donde  $\kappa_\nu$  ( $cm^2 g^{-1}$ ) es el coeficiente de absorción por unidad de masa u opacidad específica y  $\rho$  la densidad del medio ( $gcm^{-3}$ ) [25].

De la misma forma definimos el ***coeficiente de emisión espontánea “ $j_\nu$ ”***

$$dI_\nu = j_\nu d\rho ds \quad (2.21.3)$$

Para un emisor isotrópico, o para emisores aleatorios se puede escribir:

$$j_\nu = \frac{1}{4\pi} P_\nu$$

Donde  $P_\nu$  es la potencia radiada por unidad de volumen, por unidad de frecuencia.

## 2.22 Coeficiente de absorción en la línea espectral

El coeficiente de absorción juega un rol fundamental en la determinación del perfil de la línea espectral,; aunque este se ve afectado por otros procesos físicos como el ensanchamiento natural de la línea, el ensanchamiento por presión del cual existen varios tipos y el ensanchamiento Doppler térmico.

Podemos analizar el proceso de absorción desde el punto de vista clásico, si imaginamos que una onda electromagnética interactúa con un dipolo eléctrico, lo que representaría la absorción de radiación por los átomos presentes en un gas, tendríamos el fenómeno del oscilador armónico amortiguado. Después de hacer estas consideraciones clásicas y de hacer una serie de reducciones matemáticas, llamaremos al coeficiente de absorción por unidad de masa “ $l_\nu$ ”, definido como:

$$l_\nu \rho = \frac{4\pi N e^2}{mc} \frac{\gamma \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2) + \gamma^2 \omega^2} \quad (2.22.1)$$

Donde:

$\rho$ : Es la densidad

$\omega$ : Es la frecuencia de radiación

$\gamma$ : Es la constante de amortiguamiento

Y las variables de la primera fracción están relacionadas con propiedades atómicas.

Si calculamos el coeficiente de absorción por átomo, “ $\alpha$ ”, tenemos

$$l_\nu \rho = N \alpha \quad (2.22.2)$$

El coeficiente de absorción por átomo en función de la frecuencia y longitud de onda sería:

$$\alpha = \frac{e^2}{mc} \frac{\gamma/4\pi}{\Delta\nu^2 + (\gamma/4\pi)^2} \quad (2.22.3)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{mc} \frac{\lambda^2}{c} \frac{\gamma\lambda^2/4\pi c}{\Delta\lambda^2 + (\gamma\lambda^2/4\pi c)^2} \quad (2.22.4)$$

Integrando el coeficiente de absorción en todo el rango de frecuencias, obtenemos una cantidad que es medible

$$\int_0^\infty \alpha d\nu = \int_{-\infty}^\infty \alpha \Delta\nu = \frac{\pi e^2}{mc} \quad (2.22.5)$$

$$\int_0^\infty \alpha d\lambda = \int_{-\infty}^\infty \alpha \Delta\lambda = \frac{\pi e^2}{mc} \frac{\lambda^2}{c} \quad (2.22.6)$$

Sin embargo cuando medimos esta cantidad, observamos que no es exactamente igual al resultado obtenido anteriormente, entonces introducimos un factor de corrección, un factor cuántico “f”, y como todo este análisis proviene de la teórica clásica, este factor de corrección recibe el nombre de fortaleza del oscilador o probabilidad de transición.

$$\int_0^\infty \alpha d\nu = \frac{\pi e^2}{mc} f \quad (2.22.7)$$

Para el caso de emisión se puede hacer un análisis similar y encontramos que:

$$g_{sup}.f_{emisión} = g_{inf}.f_{absorción} \quad (2.22.8)$$

Finalmente si combinamos todos los efectos que producen el ensanchamiento de una línea espectral, como son efecto colisional, efecto cuántico y efecto térmico; obtenemos que el coeficiente de absorción por átomo tiene la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{\pi e^2}{mc} f V(u, a) = \frac{\pi^{1/2} e^2}{mc} \frac{f}{\Delta\nu_D} H(u, a) = \frac{\pi^{1/2} e^2}{mc} \frac{f}{\Delta\lambda_D} \frac{\lambda^2}{c} H(u, a) \quad (2.22.9)$$

La primera parte de la ecuación corresponde a la ecuación (2.22.7) del coeficiente de absorción total, mutiplicada por el factor cuántico y por una cierta función  $V(u, a)$ , función de Voigt, la cual nos dará la información de la forma de la línea espectral. Integrando toda la línea espectral encontramos que es igual a la segunda parte de la ecuación (2.22.9); donde  $\Delta\nu_D$  es el corrimiento de frecuencia doppler y  $H(u, a)$  es la función Hjerting:

$$H(u, a) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-u'^2}}{(u - u')^2 + a^2} du'$$

$$u = \Delta\lambda / \Delta\lambda_D$$

$$a = (\lambda^2 \gamma / 4\pi c) / \Delta\lambda_D$$

Esta función  $H$  depende de dos variables: “a” y “u”; “a” que tiene que ver con el coeficiente de amortiguamiento gamma es decir con el coeficiente colisional y “u” que se refiere al ensanchamiento doppler. Es decir el perfil de una línea espectral está formado por un núcleo en el que domina la parte térmica, la parte doppler; mientras que en las alas domina el efecto colisional [17].

## 2.23 Camino libre medio

[50] El camino libre medio  $l_\nu$  de la radiación se define como la distancia promedio que un fotón puede recorrer a través de un medio absorbente sin ser absorbido. El camino libre medio está relacionado con el coeficiente de absorción de un medio homogéneo, definiéndose como el recíproco del coeficiente de absorción.

$$l_\nu = \frac{1}{\alpha_\nu} \tag{2.23.1}$$

## 2.24 Profundidad Óptica

La profundidad óptica  $\tau_\nu$  de alguna capa de la atmósfera estelar se define como la fracción de intensidad de radiación de esa capa que alcanza la superficie sin ser absorbida [43]. De la ecuación (2.21.2), la profundidad óptica total del medio es:

$$d\tau_\nu = \kappa_\nu \rho ds \quad (2.24.1)$$

$$\tau_\nu = \int_{s_0}^s \kappa_\nu \rho ds \quad (2.24.2)$$

La profundidad óptica de un medio puede ser considerada también como el número de caminos libres medios, medidos a lo largo del camino recorrido por la radiación desde el inicio de la superficie de la estrella [51]. La profundidad óptica  $\tau_\nu$  determina si un medio es opaco o transparente:

- $\tau_\nu \approx 1$ , los fotones han viajado lo suficiente para ser absorbidos o dispersados.
- $\tau_\nu \gg 1$ , el medio es *ópticamente grueso* u opaco, es decir el promedio de fotones de frecuencia  $\nu$  no pueden atravesar el medio entero sin ser absorbidos; el fotón es absorbido muchas veces antes de recorrer todo el medio.
- $\tau_\nu \ll 1$ , el medio es *ópticamente delgado* o transparente, es decir los fotones típicos de frecuencia  $\nu$  pueden atravesar el medio sin ser absorbidos; no hay absorción o dispersión a lo largo de su recorrido.

Para el Sol  $\tau = \frac{2}{3}$  corresponde a una profundidad alrededor de 100 Km por debajo de su superficie, la fotosfera.

## 2.25 Modelo del átomo de Bohr

[25] El modelo de Bohr-Somerfield es la descripción más sencilla del átomo y proporciona resultados muy precisos para el hidrógeno y iones con un electrón. Este modelo muestra a los electrones girando alrededor del núcleo en diferentes órbitas, a manera de un pequeño sistema solar, los electrones en diferentes órbitas tienen diferentes energías.

En términos de la mecánica cuántica se tiene la cuantización de las órbitas permitidas, en las cuales se ajusta un número entero de la onda de Broglie para el electrón.

Por otro lado Bohr postuló para las órbitas permitidas que el momento angular debía de ser un múltiplo entero de  $h/2\pi$

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi} \quad (2.25.1)$$

Se sabe que el electrón en el átomo experimenta la fuerza de atracción de Coulomb debido al núcleo y una aceleración constante debido a su movimiento en la órbita:

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad (2.25.2)$$

Despejando la ecuación para el radio y reemplazándola por el momento angular, tenemos la expresión para el radio orbital proporcional a  $n^2$ , el número cuántico principal.

$$r = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{\pi Z e^2 m} \quad (2.25.3)$$

La energía de cada electrón, o cada órbita, es igual a la suma de la energía cinética y potencial, por lo tanto la energía total del electrón depende del número cuántico principal  $n^{-2}$ :

$$E = -\frac{Z^2 e^4 m}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \quad (2.25.4)$$

## 2.26 Dispersión de Edlén

Cuando la radiación pasa de un medio a otro, la longitud de onda cambia debido al índice de refracción del medio. Para obtener la longitud de onda en el aire  $\lambda_{aire}$ , se ha utilizado la fórmula de Dispersión de Edlén [10] quién elaboró su fórmula a partir del número de onda en el vacío  $\sigma$  ( $cm^{-1}$ ). Su fórmula es utilizada por muchos autores hasta el día de hoy, puesto que es una corrección de tercer orden.

$$\lambda_{air} = \frac{10^8}{\sigma} \left( 1 + 8343,13 \times 10^{-8} + \frac{15997}{3,89 \times 10^9 - \sigma^2} + \frac{2406030}{1,3 \times 10^{10} - \sigma^2} \right)^{-1} \quad (2.26.1)$$

## 2.27 Ancho Equivalente

Lo más sencillo de medir de una línea espectral es su forma o perfil. Si denotamos por  $F_c$  el flujo continuo y  $F_\nu$  el flujo en la línea, entonces el perfil real de la línea, viene a ser la distribución de intensidad o flujo como una función de la frecuencia o longitud de onda:

$$R_\nu = \frac{F_c - F_\nu}{F_c} \quad (2.27.1)$$

La división por el flujo continuo  $F_c$ , significa que se mide el flujo en unidades del flujo continuo, por lo tanto el flujo continuo se convierte en 1 .

Así definimos el ancho equivalente, W, como la medida de la absorción total de la radiación en una determinada longitud de onda:

$$W = \int_0^\infty \frac{(F_c - F_\nu) d\nu}{F_c} \quad (2.27.2)$$

También se define el ancho equivalente como el área en angstroms, del flujo normalizado, de un rectángulo que alcanza el continuo y tiene la misma área contenida bajo el perfil de la línea espectral [51].

Es decir el ancho equivalente me da información de cuan intensa o débil es la línea espectral; si el valor del ancho equivalente es grande, la línea espectral es muy intensa, si el valor es pequeño, la línea espectral es débil.

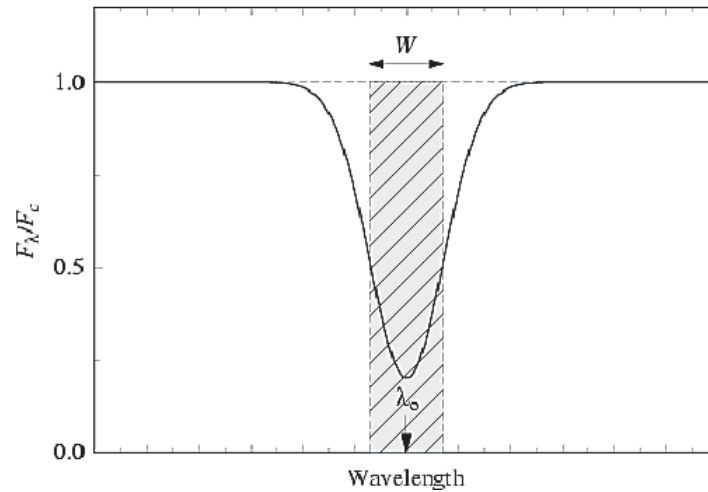


Figura 2.3: **Ancho Equivalente**



## 2.28 Fortaleza del Oscilador $\log(gf)$

La fortaleza del oscilador o valor-f es una cantidad adimensional “f” que describe la fracción de energía del oscilador clásico, que será atribuída a una determinada transición.

Para una transición descendente tenemos la fortaleza del oscilador de emisión  $f_{ki}$ :

$$A_{ki} = -3f_{ki}\gamma \quad (2.28.1)$$

Donde  $\gamma$  es la tasa de decaimiento radiativo clásico.

Y para una transición ascendente tenemos la fortaleza del oscilador de absorción  $f_{ik}$ :

$$g_i f_{ik} = -g_k f_{ki} \quad (2.28.2)$$

Considerando que las ecuaciones (2.26.1) y (2.26.2) son válidas para niveles degenerados.

Para átomos complejos involucra el cálculo de integrales radiales y angulares

La fortaleza del oscilador se determina teóricamente calculando las funciones de onda de los niveles de energía involucrados [8].

Por otro lado los valores de  $\log(gf)$  que se ha encontrado en la literatura han sido determinados en laboratorio [7]

La fortaleza del oscilado indica el número efectivo de electrones por átomo o ion que participan en una transición electrónica.

La fortaleza del oscilador de una línea espectral dependerá sobre todo de la abundancia química del elemento, la temperatura estelar, velocidad rotacional, campos magnéticos, etc.

[25]

## 2.29 Curva de crecimiento

Para el trabajo de análisis químico usualmente se utiliza la técnica de la curva de crecimiento ya sea explícita o implícitamente.

La curva de crecimiento como observamos en la figura es típicamente un gráfico del logaritmo del ancho equivalente versus el logaritmo de la abundancia química.

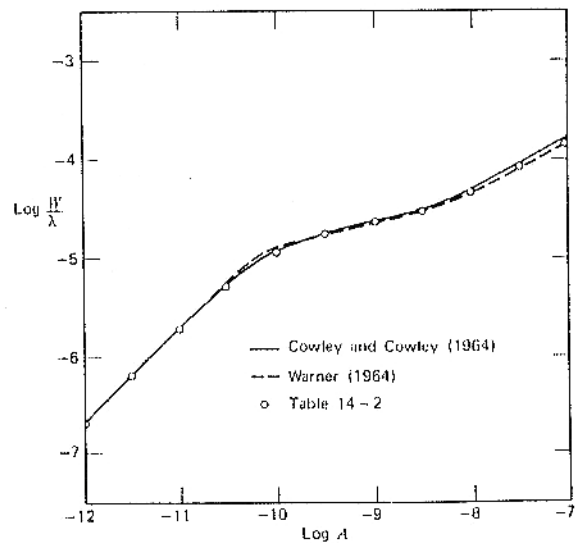


Fig. 14.7. Curves of growth for three solar models are compared.

Figura 2.4: Curva de Crecimiento para tres modelos solares

En el gráfico anterior tenemos tres modelos solares contruídos en base a observaciones, teniendo como resultado una curva que empieza siendo lineal, luego tiene una parte que no lo es tanto y finalmente empieza a tener una pendiente. Esta curva de crecimiento denota la estrecha relación entre el ancho equivalente y la abundancia química, la cual viene dada por la siguiente ecuación:

$$\log\left(\frac{W}{\lambda}\right) = cte. + \log A + \log gf \lambda - \theta \chi - \log \kappa_{\nu} \quad (2.29.1)$$

Entonces el ancho equivalente va a depender de una “cte.” que depende de propiedades atómicas; de la variación propia de la abundancia química de un elemento; de los parámetros cuánticos “gf”, de  $\theta$  que es un parámetro relacionado con la temperatura de la atmósfera estelar, de  $\chi$  que es el potencial de excitación y del coeficiente de absorción continua. De esta relación concluimos que teniendo el valor del ancho equivalente y conociendo los parámetros atómicos; podemos obtener la abundancia química; y si por el contrario, como es el caso de este trabajo, tenemos el valor calculado del ancho equivalente y conocemos la abundancia química; podemos obtener los parámetros atómicos (como la fortaleza del oscilador) utilizando además un modelo de atmósfera estelar.

# Capítulo 3

## Descripción de la tabla de parámetros atómicos de líneas espectrales infrarrojas

### 3.1 Introducción

En 1800 William Herschel descubrió la radiación infrarroja dando lugar a un nuevo campo de estudio. Las primeras mediciones de longitudes de onda en el infrarrojo fueron a principios del siglo XX, Paschen (1908) y Randall (1910).

La región del infrarrojo en el espectro electromagnético está comprendida aproximadamente entre  $0,75 \mu\text{m}$  a  $1000 \mu\text{m}$ . Esta a su vez se divide en tres regiones [46]:

- **Infrarrojo próximo o cercano:** Comprendido entre  $0,75$  a  $2,5 \mu\text{m}$ . El infrarrojo cercano se subdivide en tres bandas, banda J( $1$  a  $1,34 \mu\text{m}$ ), banda H( $1,49$  a  $1,8 \mu\text{m}$ )

y banda K (1,8 a 2,5  $\mu m$ ). En esta región se observan líneas atómicas y bandas de absorción debido a los armónicos de vibraciones moleculares. Por ejemplo el espectro de la estrella *Arcturus*, presenta un rico espectro atómico, dominado al igual que en el rango óptico por líneas de Fe I. También presenta bandas diatómicas moleculares. La mayoría de las líneas atómicas están identificadas aunque faltan algunas por indentificar. [19].

- **Infrarojo medio o fundamental:** Comprendido entre 2,5 a 25  $\mu m$

La absorción se produce fundamentalmente por vibraciones moleculares.

- **Infrarojo lejano:** Comprendido entre 25 a 1000  $\mu m$ .

La absorción se produce por rotación de moléculas ligeras, presentando bandas de absorción.

La radiación infraroja como cualquier tipo de radiación se caracteriza por  $\tilde{\nu}\lambda = c$ ; su frecuencia alcanza valores de  $10^{12}$  ó  $10^{14}$  Hz , es por ello que en lugar de la frecuencia para caracterizar la radiación infraroja se utiliza el **número de onda “ $\nu$ ”**, y se expresa en “ $cm^{-1}$ ”, el número de onda viene a ser el número de ondas de radiación contenidas en un centímetro de longitud. Así en espectroscopia suele considerarse el “ $cm^{-1}$ ” como unidad de energía por ser proporcional a ella [46].

Por otro lado la atmósfera terrestre es un gran obstáculo para la radiación infrarroja, gran parte de ella es absorbida, por ejemplo en el trabajo de Ulf Litzén [34], menciona que las regiones casi completamente opacas, debido al vapor de agua presente en la atmósfera terrestre, que ocasiona bandas de absorción en el espectro solar, están alrededor de 2,7  $\mu m$ ;

1,9  $\mu m$ ; y 1,4  $\mu m$ . Sin embargo a ciertos tipos de radiación la atmósfera se comporta como un medio transparente, es decir presenta “ventanas de observación” denominadas ventanas atmosféricas a través de las cuales la radiación pasa sin ser absorbida, así tenemos la ventana en el rango visible, en las ondas de radio y el infrarrojo cercano. De aquí la ventaja de hacer espectroscopia estelar en el infrarrojo cercano, debido a que se puede coleccionar la radiación infrarroja (banda J, H y K) desde observatorios terrestres.

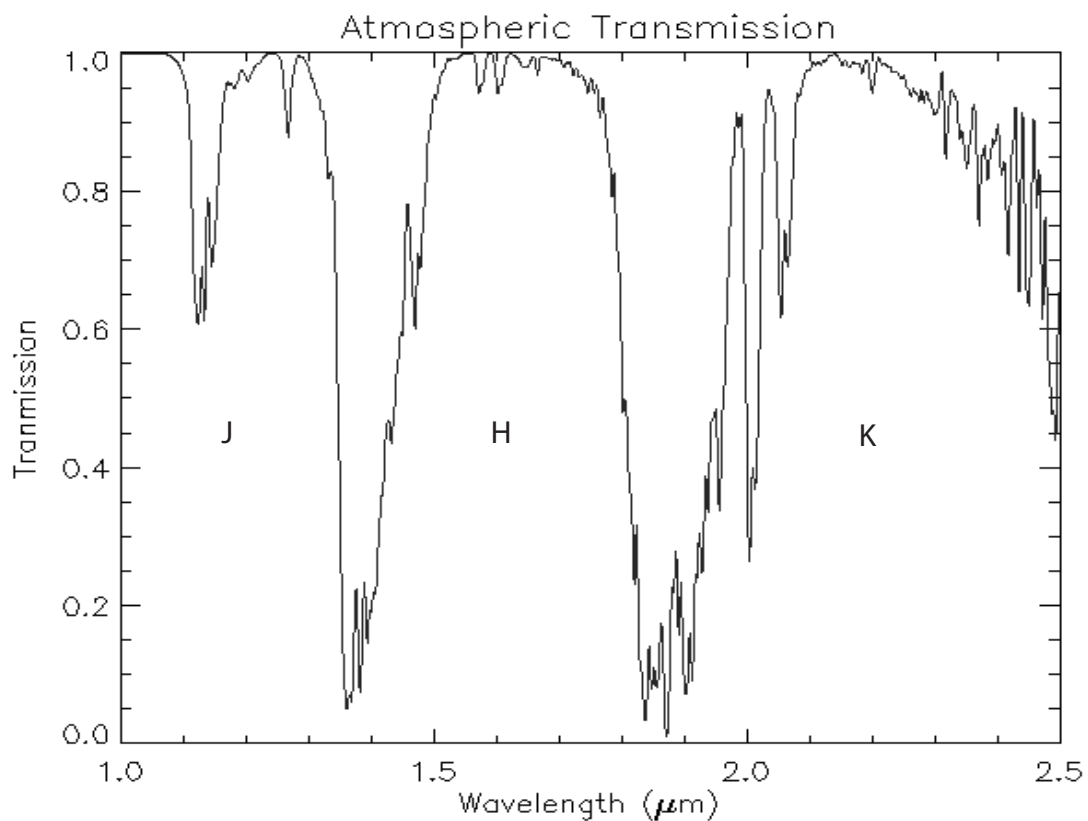


Figura 3.1: **Ventana Atmosférica del Infrarrojo Cercano**

Cortesía: Steve Lord del JPL con su programa ATRAN

Con el avance de la tecnología, fue posible observar detalles más finos del espectro solar, utilizando espectroscopia en el infrarrojo cercano. Es así como a mediados del siglo pasado, aparecen los primeros trabajos de identificación de líneas en el espectro solar, por encima de  $1\ \mu\text{m}$ , como los trabajos de: Babcock & Moore (1947) para la banda J, Goldberg, Mohler & McMath (1949) para la banda H y Goldberg et al. (1950) para la banda K ; estos fueron los trabajos pioneros utilizando espectroscopia en el infrarrojo cercano.

En el trabajo de Goldberg et al. (1950) [16] se identificó en el espectro del Sol, cerca de 47 líneas de átomos neutros como H, Na, Si, Mg, Al, Ca y Fe; además enfatizó la notable transparencia de la atmósfera entre los  $2,1$  y  $2,4\ \mu\text{m}$  .

Se mencionan en el trabajo de J. Melendez [38], que en los últimos 30 años los trabajos más importantes para la identificación de líneas en el espectro solar infrarrojo fueron de Sweenson et al. (1973), Biémont & Grevesse (1973), Biémont (1976), Biémont et al. (1985a,b; 1986), Solanki, Biémont & Mürset (1990), Livingston & Wallace (1991), Wallace, Hinkle & Livingston (1993) y Ramsauer, Solanki & Biémont (1995) .

Posteriormente, los grandes avances en la espectroscopía infrarroja se debió a la espectroscopia FTS (Fourier Transform Spectroscopy) de laboratorio, ya que proporcionaba espectros de muy alta resolución, que luego de identificar la intensidad y la posición de las longitudes de onda eran comparados con espectros de alta resolución del Sol, haciendo posible la identificación de líneas solares.

Otro de los parámetros importantes que se debe conocer en el análisis de espectros es la estructura de los niveles de energía (sistema de términos) a partir de los cuales se originan las transiciones observadas en el laboratorio. Uno de los grandes trabajos en la determinación

de niveles de energía e identificación de líneas, en este caso para el Fe I fue el trabajo de Nave et al. (1994) [42], si bien la mayoría de líneas observadas en la región de 1 a 2  $\mu\text{m}$  ya han sido identificadas, todavía falta determinar los niveles de energía de un buen número de ellas en esta región.

Por otro lado los trabajos de laboratorio son todavía muy insuficientes para algunos elementos, por ejemplo en el trabajo de J. Melendez [38] se menciona el caso del manganeso neutro, para el cual la precisión de la posición de las líneas es todavía muy baja, debido a la dificultad al determinar las transiciones de estructura fina e hiperfina del Mn I .

Otros trabajos aún incompletos son los realizados por Kurucz (1995), en los que calcula líneas teóricas a partir de niveles de energía determinados en laboratorio, por lo cual se puede conocer la posición e intensidad de líneas atómicas. Este trabajo es importante ya que se pueden identificar las líneas más débiles, aún no determinadas en laboratorio.

Esta tesis completa el trabajo realizado por J. Meléndez & B. Barbuy [37], al presentar una tabla completa de líneas atómicas para la banda K del infrarrojo cercano, puesto hasta hace algunos años, según lo afirman los autores la espectroscopía infrarroja estaba limitada esencialmente a bandas moleculares por la falta de una base de datos con parámetros atómicos confiables; fue el desarrollo de detectores en el infrarrojo y espectrógrafos de alta resolución (Phoenix de la NOAO y el Nirspec del Keck) lo que hizo posible realizar estudios más precisos de espectros estelares en el infrarrojo cercano, siendo algunos de los resultados los atlas infrarrojos del Sol y *Arcturus* utilizados en este trabajo.



## 3.2 Selección y Clasificación de los Datos

Se inició este trabajo, elaborando una base de datos de los principales parámetros atómicos de las líneas de absorción del Sol y la estrella *Arcturus*, en la banda K del infrarrojo cercano.

Para la elaboración de la base de datos se recopiló toda la información disponible en la literatura, bases de datos atómicos y trabajos de laboratorio. Nuestra fuente principal de la literatura, fue el Atlas del espectro del Sol “*An Atlas of the Solar Spectrum in the Infrared from 1850 to 9000  $cm^{-1}$  (1.1 to 5.4  $\mu m$ )*” [35], y el Atlas de la estrella *Arcturus* “*Infrared Atlas of the Arcturus Spectrum, 0.9-5.3  $\mu m$* ” [18].

Las bases de datos atómicos utilizadas fueron: la Base de Datos Atómicos de Kurucz (CD-ROM 23), la cual tiene un mecanismo de búsqueda en el sitio-web:

<http://cfa-www.harvard.edu/amp/ampdata/kurucz23/sekur.html> [27]; y la base de datos de espectros atómicos del National Institute of Standards and Technology - NIST, el cual tiene un mecanismo de búsqueda disponible en el sitio-web:

<http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/index.html> [26]; en ambos casos se pueden indicar los datos requeridos, así como las unidades de los mismos.

Finalmente, los trabajos de laboratorio utilizados, que en su mayoría se realizaron en el Solar National Observatory (Kitt Peak) (con el espectrómetro por transformada de Fourier), el Imperial College (Londres) y el National Institute of Standards and Technology -NIST; fueron:

1. The Spectrum of Al I and Al II in the Infrared ( $1800 < \sigma < 9000 \text{ cm}^{-1}$ ) [3]

2. The spectrum of atomic calcium Ca I, and extensions to the analysis of Ca II. [14]
3. Identification on chromium lines in the infrared solar spectrum based on new interferometric measurements [4]
4. Spectra of the alkali metals in the lead-sulphide region [21]
5. Highly-excited levels of Fe I obtained from laboratory and solar Fourier transform and grating spectra. I Energy levels [40].
6. Highly-Excited Levels of Fe I Obtained from Laboratory and Solar Fourier Transform and Grating Spectra. II Laboratory and Solar Identifications [41]
7. The Fe I Spectrum in the Region 1-4  $\mu\text{m}$  [33]
8. An investigation of iron in the infrared solar spectrum based on FTS laboratory measurements [6]
9. A new multiplet table for Fe I [42]
10. The nickel spectrum in the infrared - Application to the solar spectrum [5]
11. Spectrum and Term System of Neutral Nickel, Ni I [32]
12. Mg I lines in the solar spectrum [22]
13. The Infrared Spectrum of Magnesium ( $1800 < \sigma < 9000 \text{ cm}^{-1}$ ) and an Extension of the Term Systems of Mg I and Mg II [?]
14. Wavelengths and energy level classifications of scandium spectra for all stages of ionization [24]

15. Absorption lines of neutral silicon in the solar spectrum [31]
16. The Si I spectrum in the lead-sulphide region [34]
17. Wavelengths and Energy Level Classifications for the Spectra of Sulfur  
(S I through S XVI) [23]
18. The infrared spectrum of the neutral sulphur atom [20]
19. The spectrum and term system of neutral titanium, Ti I [12]

La base de datos ha sido elaborada para líneas de absorción de átomos neutros y sus propiedades atómicas, sin embargo en algunos casos sólo se ha identificado al elemento junto con su longitud de onda.

### **3.3 Elaboración y descripción de la tabla de datos atómicos**

Utilizando la base de datos de Kurucz [27] y el trabajo de Nave et al. [42] se hizo una lista de las líneas espectrales y sus propiedades atómicas entre 18 000 Å a 25 000 Å. Esta lista fue comparada luego con el Atlas del espectro solar, aquellas líneas de absorción que no se encontraban en el atlas fueron sacadas de la lista. Se tuvo como resultado una lista de 269 líneas espectrales de las cuales 38 fueron incluídas del Atlas del espectro solar.

Se elaboró entonces una Tabla de Datos Atómicos - Tabla 1 - [ver: **4.5**]. En la tabla cada fila se refiere a una línea de absorción, cuya información básica está desplegada en columnas.

En la primera columna está la numeración de cada líneas espectral; la segunda columna proporciona la longitud de onda [ $\lambda$  (Å)]; luego el número de onda [ $wn$  ( $cm^{-1}$ )]; el logaritmo de la fuerza del oscilador [ $\log(gf)$ ]; el número atómico [ $Z$ ]; el nombre del elemento [Ele.] ; la energía potencial de excitación del nivel inferior [ $\chi_i$ (eV)]; el momento angular del nivel inferior [ $J_i$ ]; la configuración electrónica del nivel inferior [ $Conf_i$ ] y el término del nivel inferior [ $Term_i$ ]; de la misma forma el potencial de excitación del nivel superior [ $\chi_s$ (eV)]; el momento angular del nivel superior [ $J_s$ ]; la configuración electrónica del nivel superior [ $Conf_s$ ]; el término del nivel superior [ $Term_s$ ] y finalmente la referencia [Ref].

La primera columna de la Tabla 1 presenta la numeración de cada línea espectral, esto para que puedan ser identificadas posteriormente a través de un número. Luego se tiene la longitud de onda en Angstrom, que en algunos casos fue determinada utilizando la fórmula de dispersión de Edlén [10], puesto que en la literatura la línea era identificada con el número de onda ( $\sigma$ ) en el vacío, entonces utilizando la fórmula de dispersión de Edlén se calculó la longitud de onda en el aire; en otros casos el valor de la longitud de onda corresponde a un valor aproximado al encontrado en la literatura, tomando en cuenta que la diferencia de error con el número de onda no exceda los 0,02 Å.

En la tercera columna tenemos el número de onda de los trabajos teóricos o de laboratorio, en la siguiente columna se tiene el valor del número de onda del Atlas del Sol y/o del atlas de *Arcturus*.

El parámetro “ $\log(gf)$ ” se refiere al logaritmo del producto del peso estadístico ( $g$ ) de un nivel, por la fortaleza del oscilador ( $f$ ). La fortaleza del oscilador, denominado también probabilidad de transición o valor- $f$ , es un factor de corrección cuántico, es una cantidad

adimensional que describe la fracción de energía del oscilador clásico que será atribuída a una determinada transición. Es decir la fortaleza del oscilador es el número efectivo de electrones por átomo que participan en una transición, en la cual se forma la línea de absorción espectral [51].

Luego sigue el número atómico del elemento  $[Z]$ , y en la siguiente columna el nombre del elemento que corresponde a esa línea de absorción  $[Ele.]$ . En la siguiente columna está la energía potencial de excitación del nivel inferior  $[\chi_i(\text{eV})]$ ; para algunas de las líneas de absorción, esta energía estaba disponible en unidades de  $(\text{cm}^{-1})$ , en la literatura tanto teórica como de laboratorio, se hizo entonces la conversión a unidades de  $(\text{eV})$ , utilizando la equivalencia  $(1 \text{ eV} = 8065,46 \text{ cm}^{-1})$ . También se muestra en la tabla el potencial de excitación del nivel superior  $[\chi_s(\text{eV})]$ , que para muchas líneas no se encontraba disponible en la literatura, siendo calculado a partir del valor el potencial de excitación del nivel inferior, utilizando la ecuación (2.16.1). Luego tenemos el momento angular total inferior  $[J_i]$  (momento angular total de los electrones) y el momento angular total superior  $[J_s]$ , se observó también que los valores de los momentos angulares encontrados en la literatura, en algunos casos, eran diferentes.

La notación de la configuración electrónica inferior y superior,  $[Conf_i]$ ,  $[Conf_s]$ ; está relacionada específicamente con los números cuánticos de un nivel de energía en particular para poder identificarlo, también proporciona información de aquellas transiciones permitidas o prohibidas [25]. Para algunos elementos se muestra una configuración abreviada, debido a que las capas y subcapas internas de los átomos al estar completas, no contribuyen a los números cuánticos de todo el átomo; la configuración muestra solamente la contribución de

los electrones externos o electrones de valencia.

En la siguiente columna de la tabla se tiene el término inferior  $[Term_i]$  y superior  $[Term_s]$ ; los términos determinan las transiciones permitidas [25]. Para algunas líneas espectrales la notación de los términos no sigue la notación clásica; en estos casos, ha sido introducida por el autor de la referencia.

En la última columna de la tabla tenemos la referencia [Ref.], es decir el autor o autores de los datos atómicos de la literatura teórica o de laboratorio para cada línea de absorción.

Por lo tanto la Tabla 1, cuenta con 44 líneas espectrales de la base de datos de Kurucz con sus correspondientes propiedades atómicas; otras 66 fueron incluídas de trabajos realizados por Kurucz junto con otros autores. Del trabajo de Nave et al.[42] se incluyeron 116 líneas junto con sus propiedades atómicas y otras 17 líneas de trabajos realizados por Nave junto con otros autores.

Luego se procedió a verificar nuestra Tabla 1 con el atlas infrarrojo del espectro de *Arcturus*, se observó que muchas de las líneas espectrales de *Arcturus* son idénticas a las del atlas del espectro solar, sin embargo se incluyeron un total de 95 líneas del atlas de *Arcturus* que no estaban en el atlas solar; especialmente líneas de átomos pesados como Ti, Sc, Cr, C, Fe, Si. Para incluir estas líneas atómicas, se tuvo que escanear los perfiles de las líneas de absorción del atlas infrarrojo de *Arcturus* y luego de tener los archivos en digital se procedió a interpolar cada línea utilizando el software “IRIS”, para determinar la longitud de onda correspondiente a las líneas atómicas incluídas.

Al encontrar la longitud de onda de dichas líneas en las bases de datos atómicos se asumió preferencialmente dicho valor, sin embargo cuando el valor de la literatura difería mucho de

nuestro valor interpolado se optó por asignar a la línea el valor de la interpolación.

El paso siguiente en nuestro trabajo fue completar nuestra tabla de Datos Atómicos

- Tabla 1 - utilizando los trabajos de laboratorio mencionados en la sección anterior [3.2]. Algunas líneas les faltaba los potenciales de excitación, a otras las configuraciones electrónicas o los términos; incluyéndose en total 114 líneas espectrales junto con sus propiedades atómicas de los trabajos de laboratorio.

Finalmente la Tabla 1: Datos Atómicos, luego de varias revisiones y de verificar los datos con los atlas infrarrojos del Sol y *Arcturus* se tuvo un total de 357 líneas atómicas de absorción en la banda K del infrarrojo cercano; correspondientes a los elementos químicos como: Al, C, Ca, Cr, Fe, H, Mg, Na, Ni, S, Sc, Si, Ti, V

Cabe resaltar, que el mayor número de líneas espectrales es del elemento de hierro neutro Fe I, siendo casi el 46% del total de líneas de la Tabla 1. Son en total 164 líneas de Fe I, junto con sus propiedades atómicas, en su mayoría, de Nave et al. [42] y algunas de K88 [30]. Según el trabajo de G. Nave y S. Johansson [41] en el caso del Fe I su alta abundancia cósmica y la riqueza de su espectro lo hace responsable de la mayor cantidad de líneas identificadas en el espectro solar, más que cualquier otro elemento, siendo importante su estudio para la espectroscopia estelar y solar (Tousey 1988).

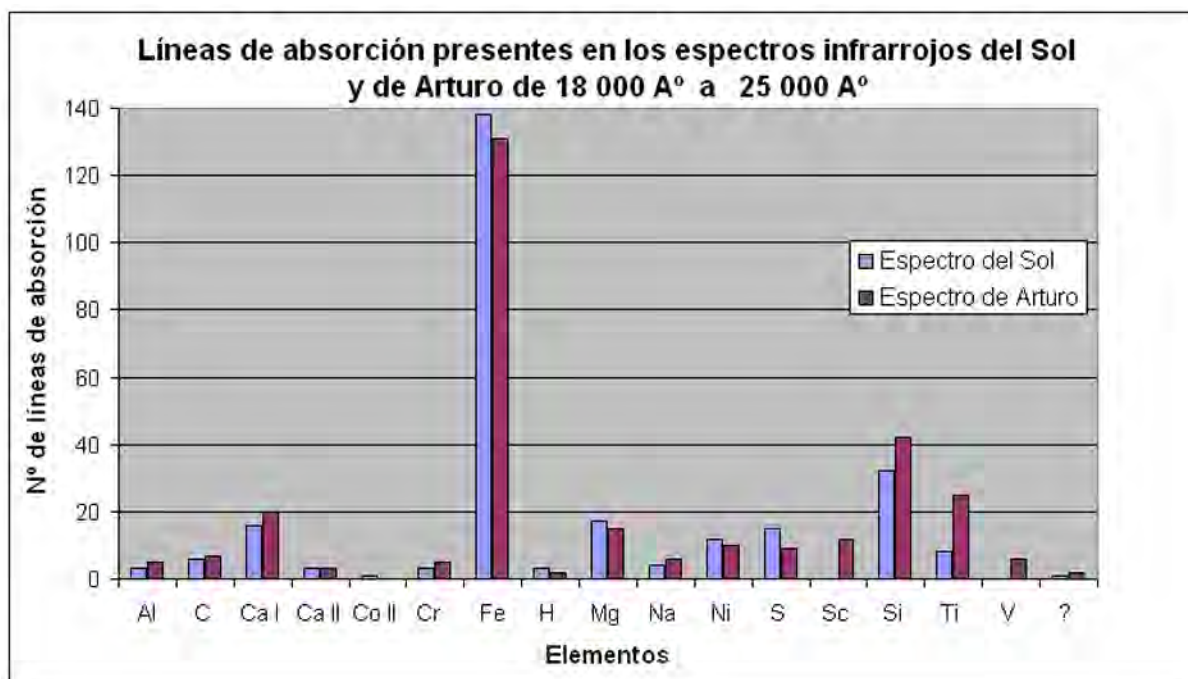


Figura 3.2: Comparación de líneas de absorción del espectro del Sol y de Arcturus



# Capítulo 4

## Tratamiento y análisis de datos

### 4.1 Introducción

En la segunda etapa de este trabajo, después de la elaboración de una lista completa de datos de líneas atómicas (Tabla 1); se procedió con el cálculo del *Ancho Equivalente* de las líneas de absorción de los espectros del Sol y la estrella *Arcturus* en la banda K del infrarrojo cercano, ambos espectros fueron tomados en el Observatorio Nacional Kitt Peak (Tucson, Arizona) y se encuentran disponibles en las siguientes direcciones electrónicas: el espectro del Sol en “<ftp://nsokp.nso.edu/pub/atlas/photatl/>” y el espectro de Arcturus en “<http://ucpjournals.uchicago.edu/AAS/cdrom/volume5/doc/files5.htm#1995PASP..107.1402H/>”

Se utilizaron, también los Atlas infrarrojos del Sol [35], [49] y de *Arcturus*; solamente para hacer verificación de datos [18].

El cálculo del *Ancho Equivalente* es importante puesto que cuantifica el flujo o intensidad absorbido por una línea espectral. Este valor tiene la ventaja de ser independiente de la exposición y de las propiedades del espectroscopio debido a que está normalizado al continuo; además tiene la propiedad de que su valor no cambia por la influencia causada por el perfil instrumental del espectrógrafo<sup>1</sup>. Sin embargo el valor del *Ancho Equivalente* varía con el número de átomos que absorben un fotón por unidad de área ( $N_a$ ), a mayor cantidad de átomos por unidad de área el *Ancho Equivalente* será mayor, es decir las líneas serán más intensas; a menor cantidad de átomos por unidad de área el *Ancho Equivalente* será menor; es decir las líneas serán más débiles [51].

Por otro lado la incerteza en el cálculo del *Ancho Equivalente* puede darse para líneas superpuestas, porque el ruido en el espectro es alto, o la forma o ancho de las líneas espectrales hacen incierta la posición del continuo; generando una dispersión en las medidas del *Ancho Equivalente* [25]. En este trabajo, el cálculo de los anchos equivalentes se realizó en dos oportunidades para ambos espectros para obtener la dispersión de nuestras medidas; se escogieron al azar diez líneas del espectro solar, cuya dispersión promedio fue  $\Delta W_S = 0,0115$ ; es decir nuestras medidas estaban en un rango de las céntesimas de angstrom.

---

<sup>1</sup>Viene a ser el espectro registrado por nuestro instrumento, este presenta distorsiones o desenfoques. El perfil instrumental nos da información de la calidad del espectrógrafo, debido a que siempre ocurre una degradación del espectro debido al instrumento; el perfil instrumental nos cuantifica dicha degradación en contraste. Por lo tanto el espectro que se registra, es la convolución del perfil instrumental o función respuesta con el flujo real de la estrella. [17]

En el caso del espectro de *Arcturus* escogimos también diez líneas al azar de todo el espectro, obteniendo una dispersión promedio de  $\Delta W_A = 0,0034$ ; por lo tanto nuestras medidas del ancho equivalente se encuentran en rango de dispersión de milésimas de angstrom.

Una vez calculado el *Ancho Equivalente* de las líneas para los espectros del Sol y *Arcturus* se elaboró una segunda tabla con este resultado - Tabla 2: Anchos Equivalentes- .

Elaboradas, la Tabla 1 de Datos Atómicos y la Tabla 2 de Anchos Equivalentes; se procedió a calcular el logaritmo de la fortaleza del oscilador “log (gf)”, para aquellas líneas que no presentan dicho valor en la literatura. Para calcular el valor del log(gf) se utilizó la técnica de la curva de crecimiento; además utilizamos los datos de la Tabla 1 y 2, el modelo de atmósfera de Kurucz, junto con las abundancias solares reportadas por M. Asplund, N. Grevesse y A. J. Sauval [2] y el código de síntesis espectral MOOG. Se escogieron líneas del espectro solar que presentaban el continuo bien definido, que no eran líneas saturadas o demasiado débiles. Se determinó el “log (gf)” para un total de 109 líneas solares; valor que no ha sido hallado en laboratorio y que no se encuentra en la literatura. Luego para obtener la incerteza de nuestra medidas hicimos una comparación entre los valores “log (gf)” calculados con MOOG y los valores “log (gf)” que se encontraban en la literatura, verificando la correspondencia lineal entre ambos valores.

## 4.2 Cálculo del Ancho Equivalente de las líneas en el Espectro Solar

El Sol es una estrella tipo espectral G2 V según la clasificación espectral de Harvard, es decir una estrella de la secuencia principal, lo característico de su espectro son líneas espectrales como Ca II, Fe I y líneas de otros metales neutros [51]. Para el cálculo del ancho equivalente utilizamos el espectro solar en la banda K del infrarrojo cercano (1,1 to 5,4  $\mu\text{m}$ ):

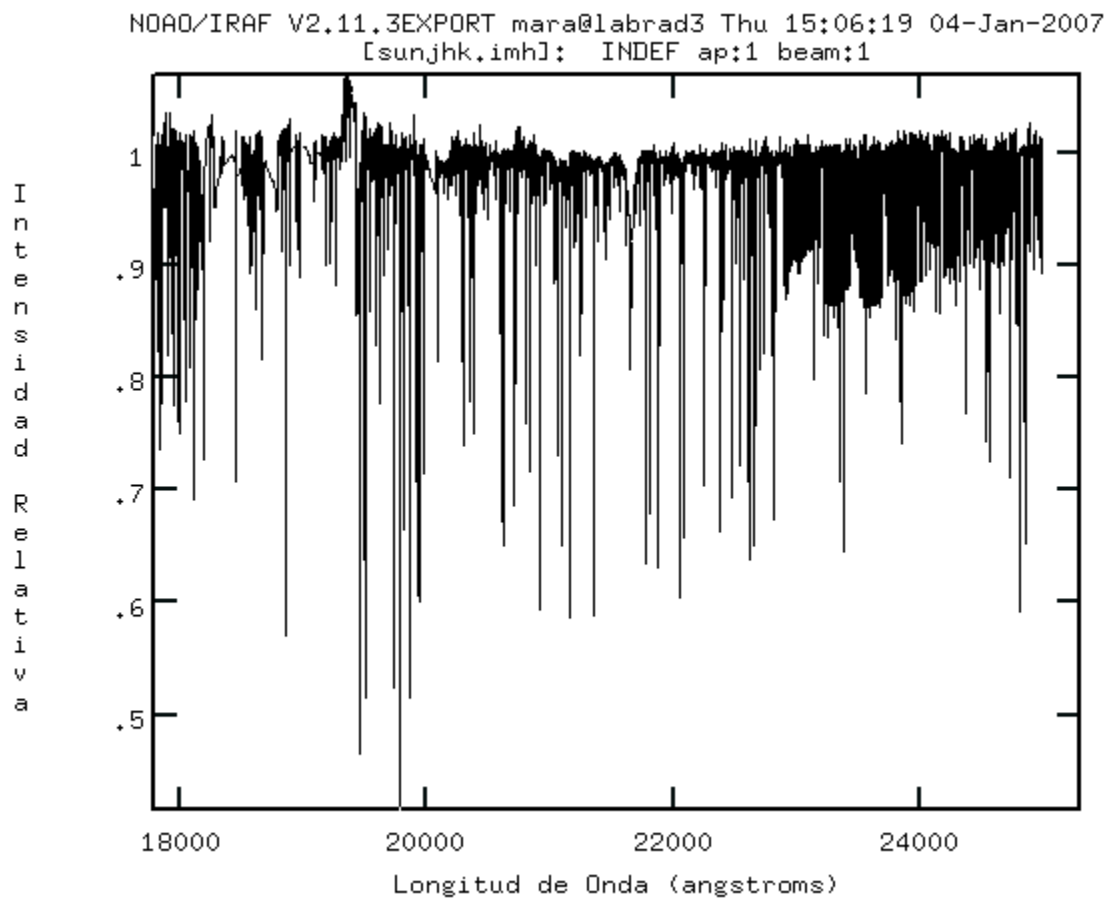


Figura 4.1: Espectro del Sol en el Infrarrojo Cercano

Para calcular este valor se trabajó en ambiente UNIX, utilizando IRAF<sup>2</sup> (Image Reduction Astronomical Facility); con la tarea “splot” [39], y el comando “e”; el cual integra el flujo encerrado por el perfil de la línea, definiendo el continuo y el centro de la línea.

El procedimiento fue el siguiente: en el ambiente UNIX, se abre una ventana *xgterm*, desde la cual se inicia IRAF, se abre el paquete *onespec* dentro del cual se encuentra la tarea “splot” que seguido del nombre del archivo del espectro se abre una ventana gráfica donde se visualiza el espectro solar. Una vez visualizado el espectro del Sol, se buscaron una a una las 357 líneas espectrales de la Tabla 1. Una vez encontradas cada una de las líneas del espectro, se identificó el nivel del continuo y con el comando “e” se marcaron los dos extremos de la línea, calculando el *Ancho Equivalente*. El continuo lineal es sustraído y el flujo es determinado por una suma simple de pixeles; obteniéndose los resultados del valor central de la línea espectral, el continuo en la región central; el flujo por debajo del continuo y el *Ancho Equivalente*.

A continuación mostramos dos gráficos de dos líneas del espectro solar infrarrojo, en los que se observa la ventana visualizada en IRAF, con los resultados obtenidos en la parte inferior de la misma. [44].

---

<sup>2</sup>National Optical Astronomy observatories, wich are operated by the Association of universities for Research in Astronomy, Inc., under cooperative agreement with the National Science Foundation - <http://iraf.noao.edu>

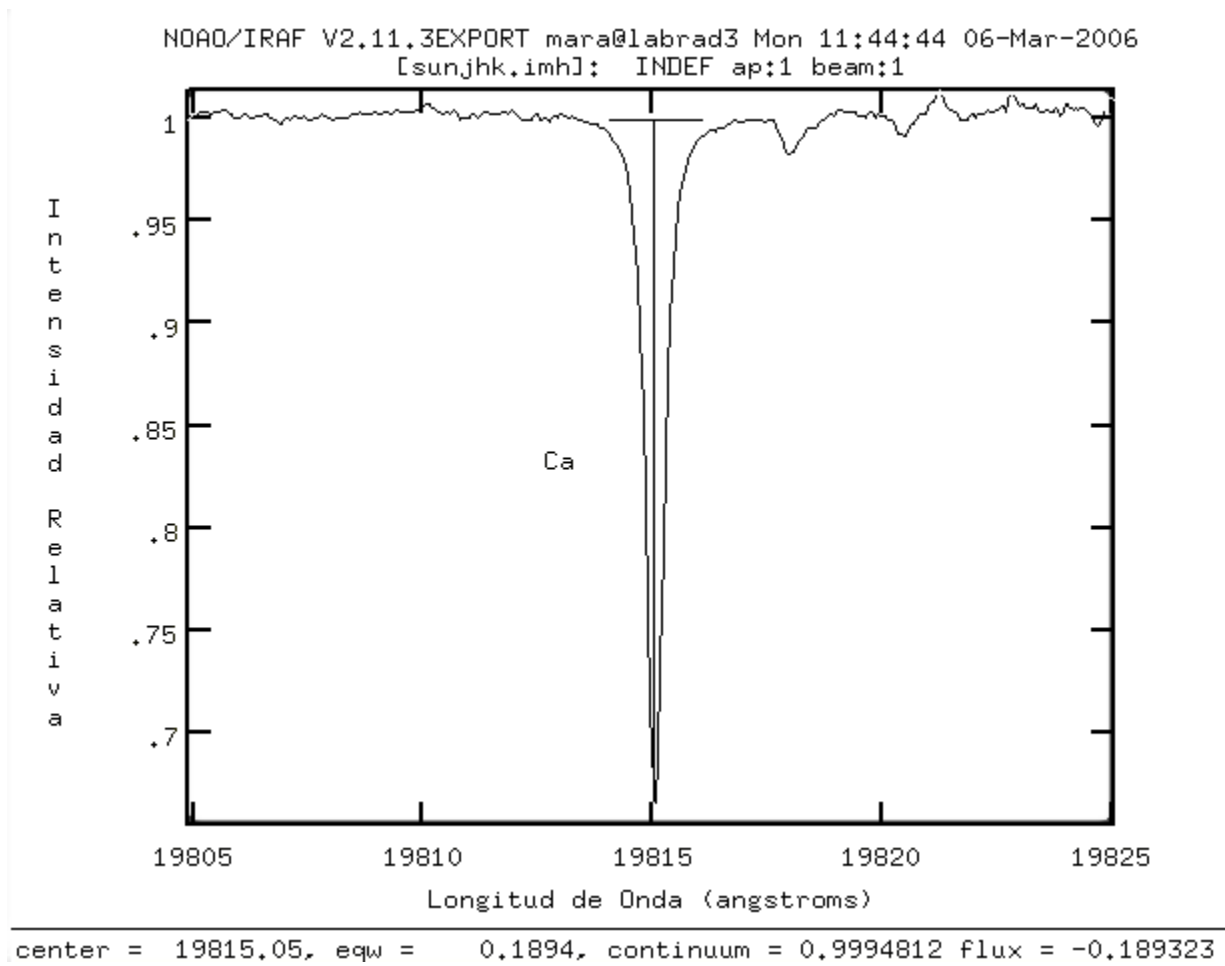


Figura 4.2: Ancho equivalente de la línea de Calcio

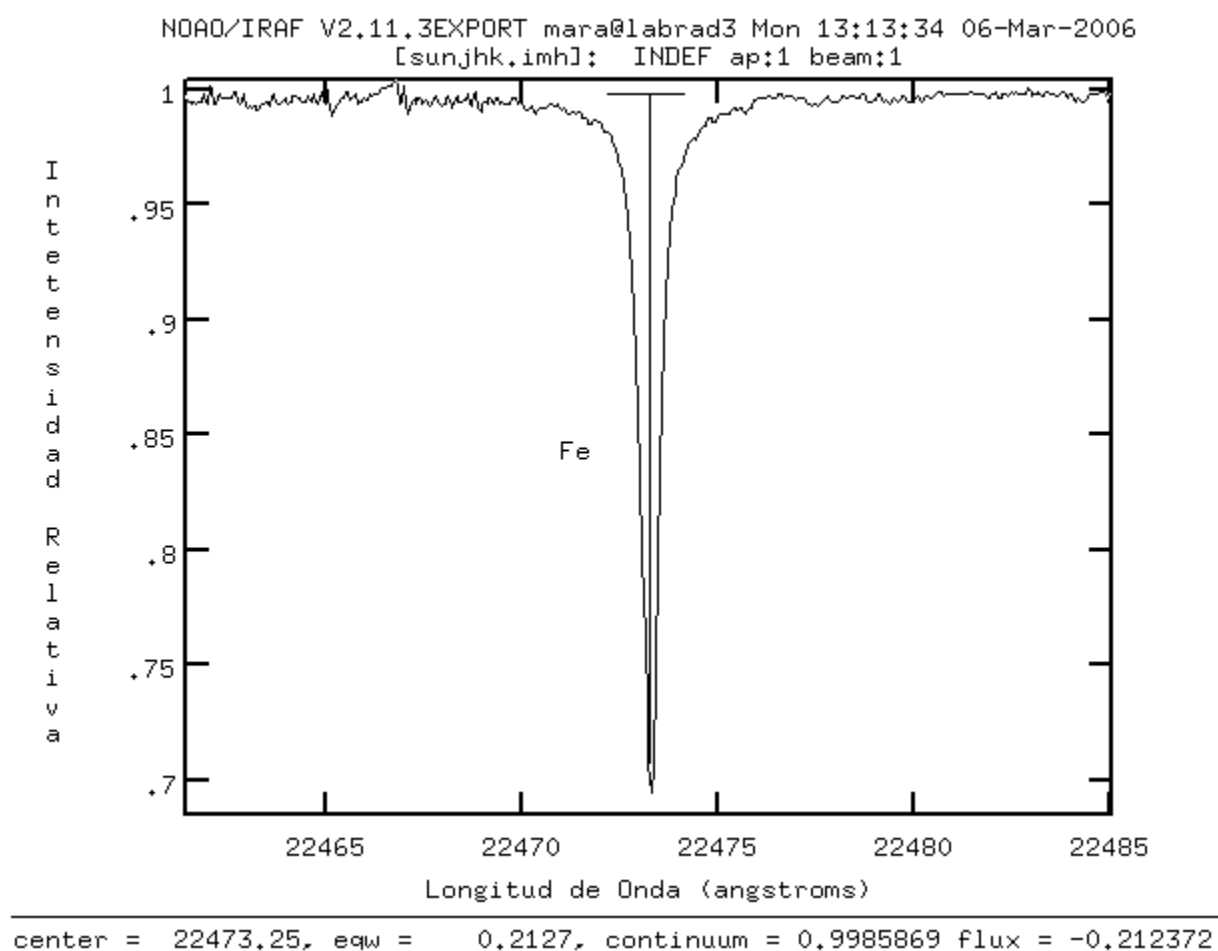


Figura 4.3: Ancho equivalente de la línea de Hierro

Al hacer el cálculo del *Ancho Equivalente*, algunas líneas de absorción no tenían bien definido el nivel del continuo, entonces se escogió arbitrariamente los dos extremos de la línea, tratando de integrar la mayor cantidad de información del flujo absorbido por ella. Otras presentaban sólo un extremo de la línea, entonces se marcó imaginariamente el extremo faltante y se calculó el *Ancho Equivalente*.

Una vez calculado el ancho equivalente para todas las líneas de absorción de la Tabla 1; se elaboró una segunda tabla **-Tabla 2: Anchos Equivalentes-** [ver: 4.5]. La información de la Tabla 2 se despliega en columnas. En la primera columna está la numeración de las líneas de absorción [N°], luego el símbolo del elemento químico [Elem.]; en la tercera columna se tiene la longitud de onda correspondiente a cada elemento [ $\lambda(\text{\AA})$ ], al lado de cada longitud de onda se tienen las letras (S,A) ó (S) ó (A); (S,A)=(Sol, Arcturus), lo cual indica que la línea espectral con esa longitud de onda está presente tanto en el espectro del Sol como en el de *Arcturus*; cuando se especifica una sola letra (S)=(Sol) ó (A)=(Arcturus), indica que la línea está presente en uno sólo de los espectros. Luego se tienen la columna denominada: [Sol], que presenta dos columnas internas, la longitud de onda experimental ( $\lambda_{exp}$ ) calculada por IRAF y el valor del *Ancho Equivalente*. Seguidamente se tiene la columna denominada: [Arcturus], la cual contiene dos columnas internas, la longitud de onda experimental ( $\lambda_{exp}$ ) calculada por IRAF y el valor del *Ancho Equivalente*. La dificultades encontradas al medir el ancho equivalente de algunas líneas espectrales se enumeraron en la última columna de la Tabla de 2 - [Obs. Tabla 3]; estas anotaciones son explicadas en una tercera tabla, **-Tabla 3: Observaciones-**



En la Tabla 3 se describen las dificultades encontradas al calcular los *Anchos Equivalentes* y si una línea se encontraba en ambos espectros se explicó las dificultades encontradas en ambos espectros.

La información de la Tabla 3 se despliega en tres columnas; la primera columna corresponde a la numeración especificada en la última columna de la Tabla 2 tiene el símbolo ([#]), en la segunda columna se explica las observaciones presentadas en el cálculo del ancho equivalente para las líneas del espectro del Sol ([Sol]) y finalmente en la última columna se explica las observaciones encontradas al calcular el ancho equivalente de las líneas del espectro de *Arcturus* ([Arcturus])

### 4.3 Cálculo del Ancho Equivalente de las líneas en el Espectro de Arcturus

La estrella *Arcturus* ( $\alpha Boo$ ), se encuentra en la constelación de Bootes, a una distancia de 37 años luz del Sol; es de tipo espectral K1 III según la clasificación espectral de Harvard, es decir es una estrella gigante fría, su espectro está dominado fundamentalmente por líneas de absorción de metales y presenta líneas características como las líneas H y K de Ca II [51]. El trabajo realizado por K. Hinkle, L. Wallace y W. Livingston en el Atlas infrarrojo de *Arcturus* [18], concluye que las estrellas frías son mucho más brillantes en el infrarrojo que en otro rango espectral ya que su flujo máximo coincide en el infrarrojo cercano, presentando además características espectrales astrofísicamente importantes.

Otro de los trabajos que hace las mismas conclusiones es el de N. M. Förster Schreiber [13] quién afirma que las poblaciones de estrellas frías aproximadamente entre 3000 K y 6000 K son mejor estudiadas en el infrarrojo cercano debido a que el máximo de la distribución de energía espectral tiene su pico cerca a  $1\mu\text{m}$ .

K. Hinkle, L. Wallace y W. Livingston [18] hicieron un trabajo de comparación entre la gigante fría *Arcturus* y el Sol; esperando encontrar significativas diferencias entre ambas estrellas, dado que la gravedad superficial de *Arcturus* es la milésima parte de la del Sol y tiene una temperatura efectiva de 1 500 K menor. Sin embargo verificaron que el espectro de *Arcturus* no era tan diferente al del Sol; observando características atómicas similares siendo la del Titanio neutro (Ti I) el que aparece mucho más fuerte en el espectro de *Arcturus* que en el espectro solar. Por otro lado las características moleculares son las diferencias más notables en el espectro *Arcturus* con respecto al espectro del Sol.

Para medir el *Ancho Equivalente* de las líneas del espectro de *Arcturus*, trabajamos con dos archivos: “*arcturojh.imh*” de 18000Å a 20000Å y “*arcturo2.imh*” de 20000Å a 25000Å; como se muestra en las siguientes figuras:

NOAO/IRAF V2.11.3EXPORT mara@labrad3 Fri 14:46:33 05-Jan-2007  
[arturojh.imh]: INDEF ap:1 beam:1

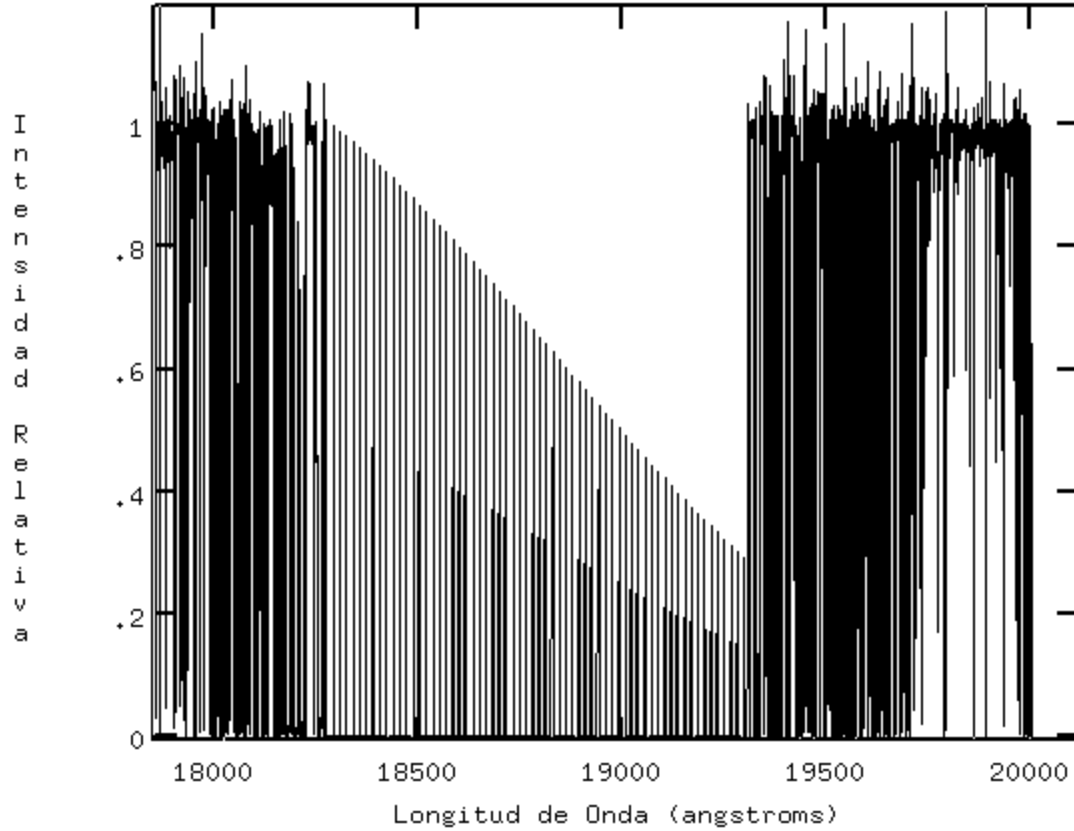


Figura 4.4: Espectro de Arcturus en el Infrarrojo Cercano I

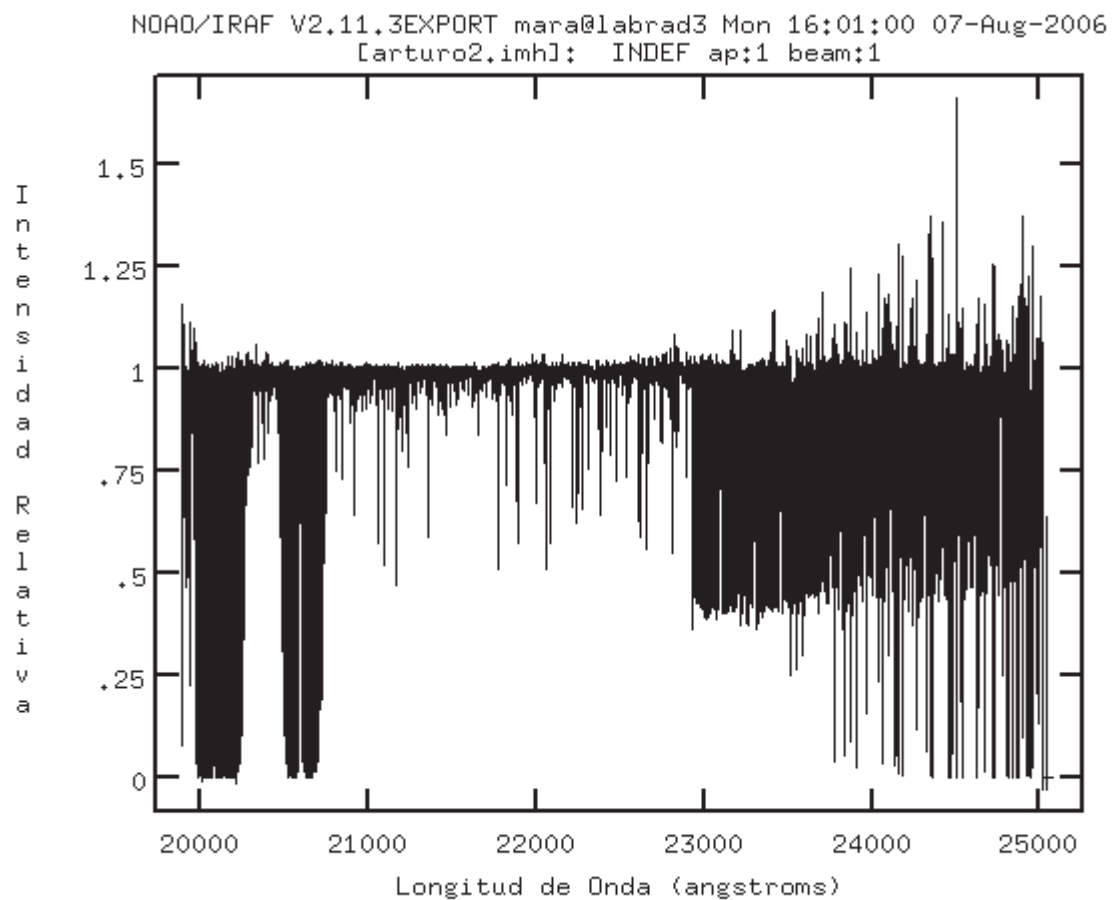


Figura 4.5: Espectro de Arcturus en el Infrarrojo Cercano II

El procedimiento para medir el ancho equivalente de las líneas espectrales fue el mismo que se utilizó para el espectro del Sol; se utilizó IRAF, con la tarea “splot” [39] y el comando “e”, los resultados se colocaron en la Tabla 2 y las dificultades encontradas en las mediciones se mencionan en la Tabla 3 de observaciones.

A continuación mostramos dos gráficos de líneas del espectro infrarrojo de *Arcturus*, en los que se observa la ventana visualizada en IRAF, con los resultados obtenidos en la parte inferior de la misma.

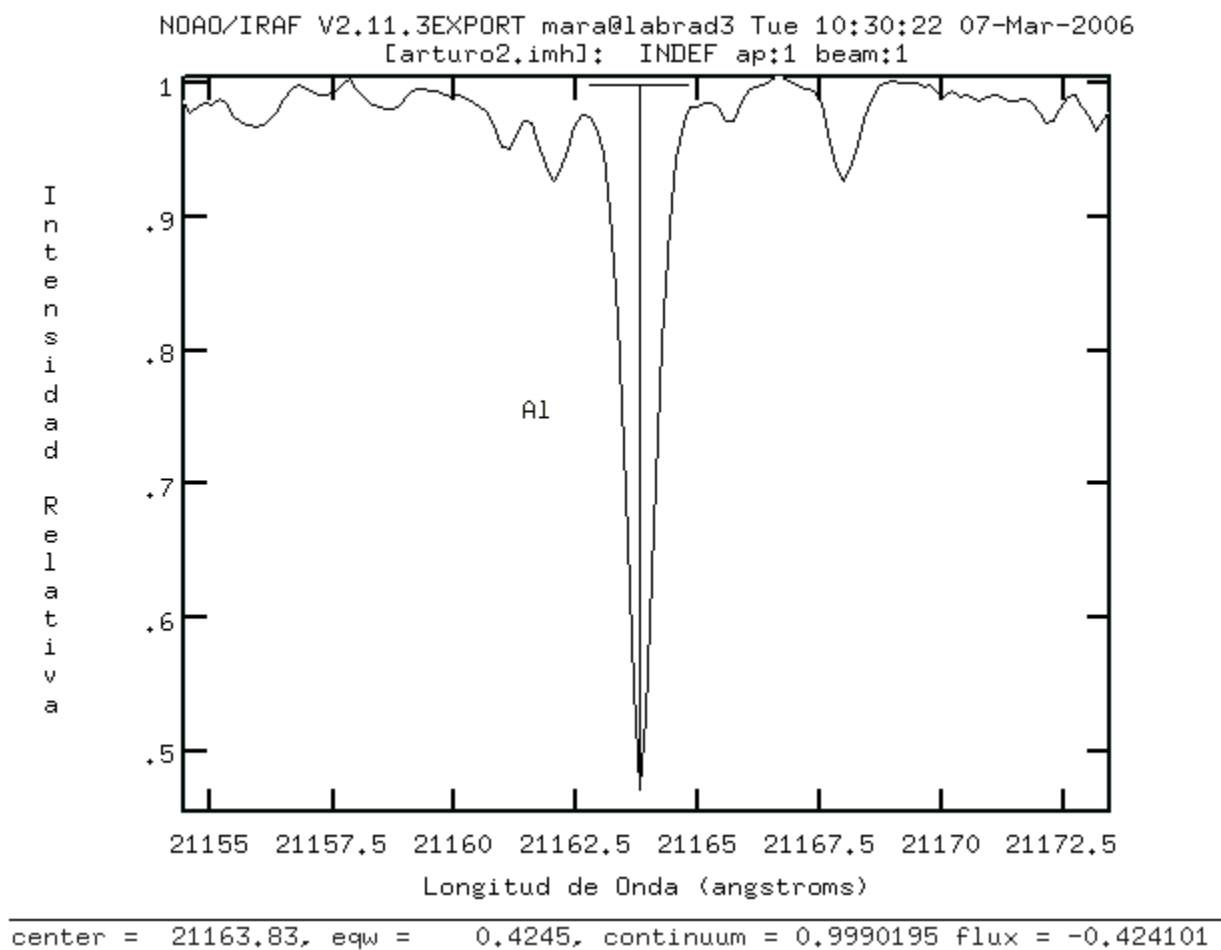


Figura 4.6: Ancho equivalente de la línea de Aluminio

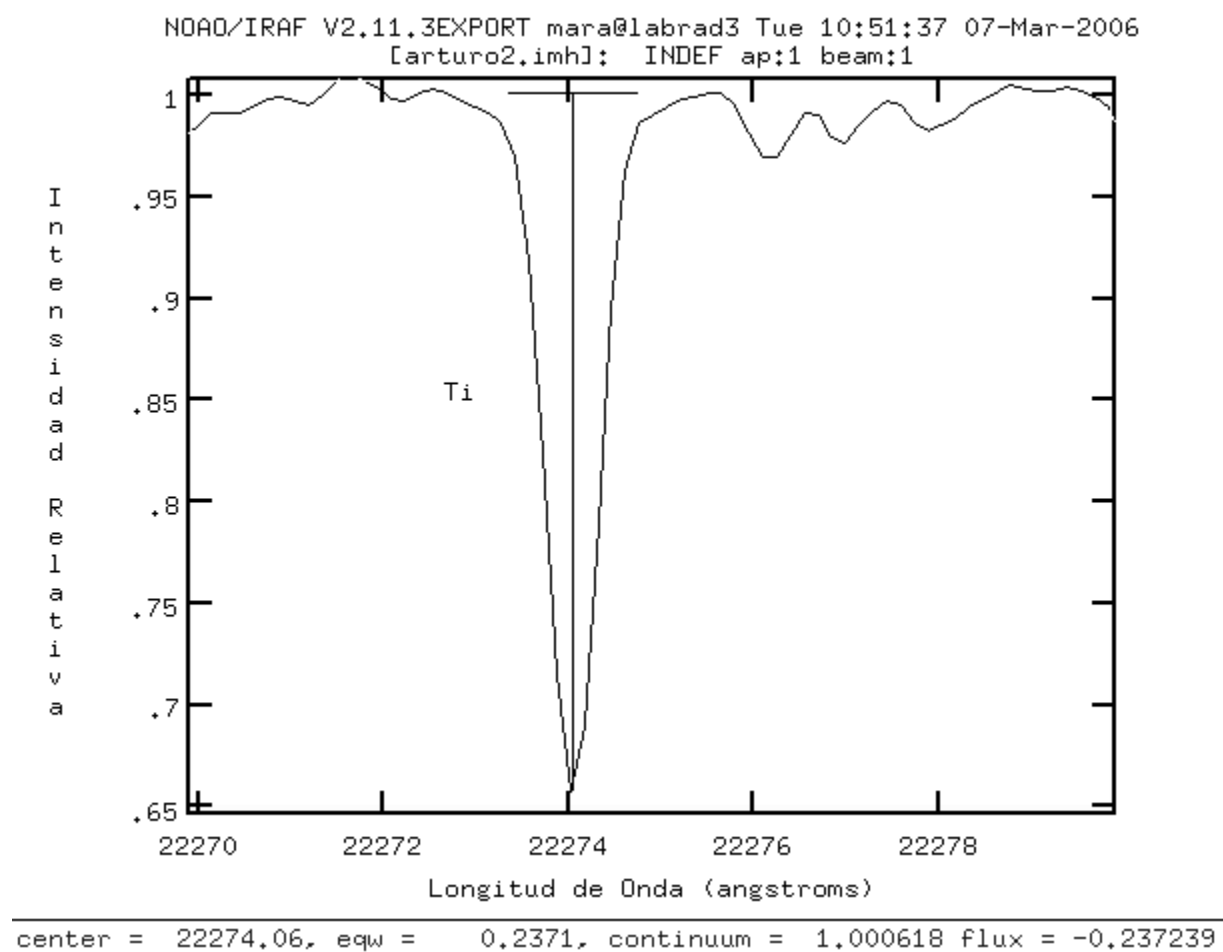


Figura 4.7: Ancho equivalente de la línea de Titanio

Sin embargo antes del cálculo del *Ancho Equivalente*, se corrigió uno de los archivos del espectro de *Arcturus* (“arturo2.imh”). Al comparar las longitudes de onda de las líneas del espectro de *Arcturus* observadas en el Atlas, con las observadas en el espectro digital; existía una diferencia en la longitud de onda  $\Delta\lambda$ ; para corregir este corrimiento digital se utilizó IRAF; se escogió tres líneas de silicio SiI del atlas que estaban bien definidas, y se buscaron esas mismas líneas en el espectro digital. Las líneas de SiI fueron:

Elemento	$\lambda$ Espectro	$\lambda$ Atlas	$\Delta\lambda$ Å
Si	20 294,22	20 296,439	2,219
Si	20 299,49	20 301,942	2,452
Si	20 341,66	20 343,854	2,194

Al tener la diferencia entre las longitudes de onda se hizo un promedio y se obtuvo una diferencia promedio de 2,22 Å, es decir el espectro digital estaba corrido en 2,22 Å con respecto al espectro del atlas infrarrojo de *Arcturus*; entonces visualizando el espectro se escogió una de las líneas de SiI y luego utilizando los comandos “u” y “d” al mismo tiempo se escribió la longitud de onda que debería tener según el atlas, luego IRAF reescribió todo el espectro, considerando el valor de  $\Delta\lambda = 2,22\text{Å}$  más para cada línea del espectro.

Una vez corregido el espectro, se calculó el *Ancho Equivalente* de las líneas espectrales.



## 4.4 Análisis e interpretación de gráficos

Una vez calculado el *Ancho Equivalente* de las 357 líneas de absorción, se corroboró que el 57% de las líneas estaban presentes tanto en el espectro del Sol como en el de *Arcturus*; haciendo una comparación relativa entre estas líneas observamos que una es más intensa en el espectro del Sol que en el de *Arcturus* o viceversa. Por otro lado comparamos el valor del *Ancho Equivalente* notando que los valores son diferentes, siendo la misma línea espectral; esto se explica por las leyes de Boltzmann y de Saha, dado que existe una diferencia de temperatura de las estrellas (Sol=5820 K y *Arcturus*=4320 K [18]). Las leyes estadísticas de Boltzmann y Saha, explican la dependencia entre la temperatura y la población de átomos en un nivel excitado o ionizado; es decir existe mayor probabilidad de transiciones electrónicas con el aumento de temperatura.

Se escogieron al azar algunas líneas de absorción presentes en ambos espectros, para mostrar la diferencia de sus anchos equivalentes e intensidades relativas. Para graficar las líneas se utilizó IRAF. Estas fueron:

La línea de Niquel Ni I , 18040,843 Å

La línea de magnesio Mg I , 19425,263 Å

La línea de titanio Ti I , 21782,940 Å

La línea de hierro Fe I , 21851,390 Å

La línea de titanio Ti I , 21897,370 Å

"Linea de Niquel (18 040,843 angstroms)"

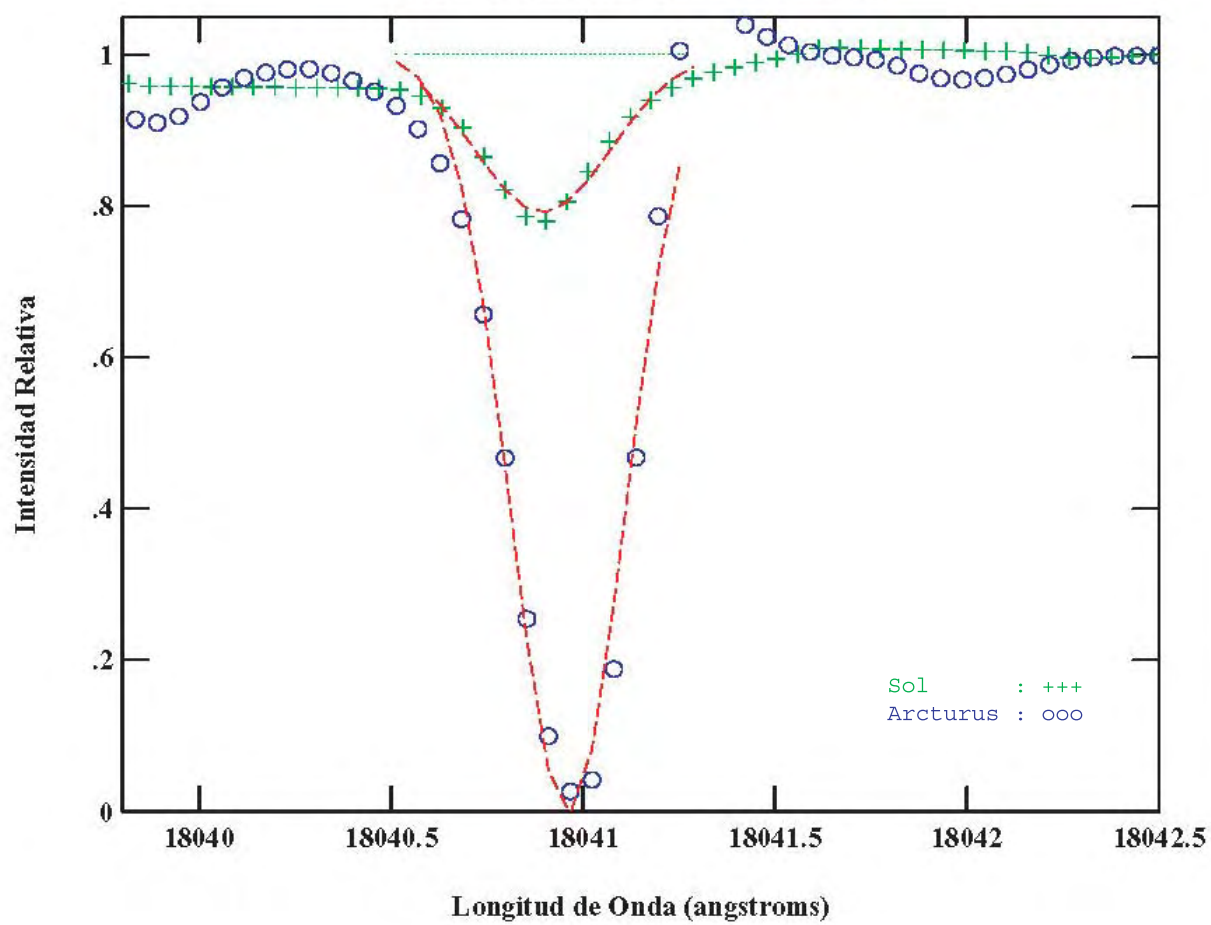


Figura 4.8: Línea de Ni I  $\lambda = 18040,843 \text{ \AA}$

NOAO/IRAF V2.11.3EXPORT mara@astro3 Wed 13:32:46 18-May-2005  
[sunjkh.imh]: INDEF ap:1 beam:1  
"Linea de Magnesio (19 425,263 angstroms)"

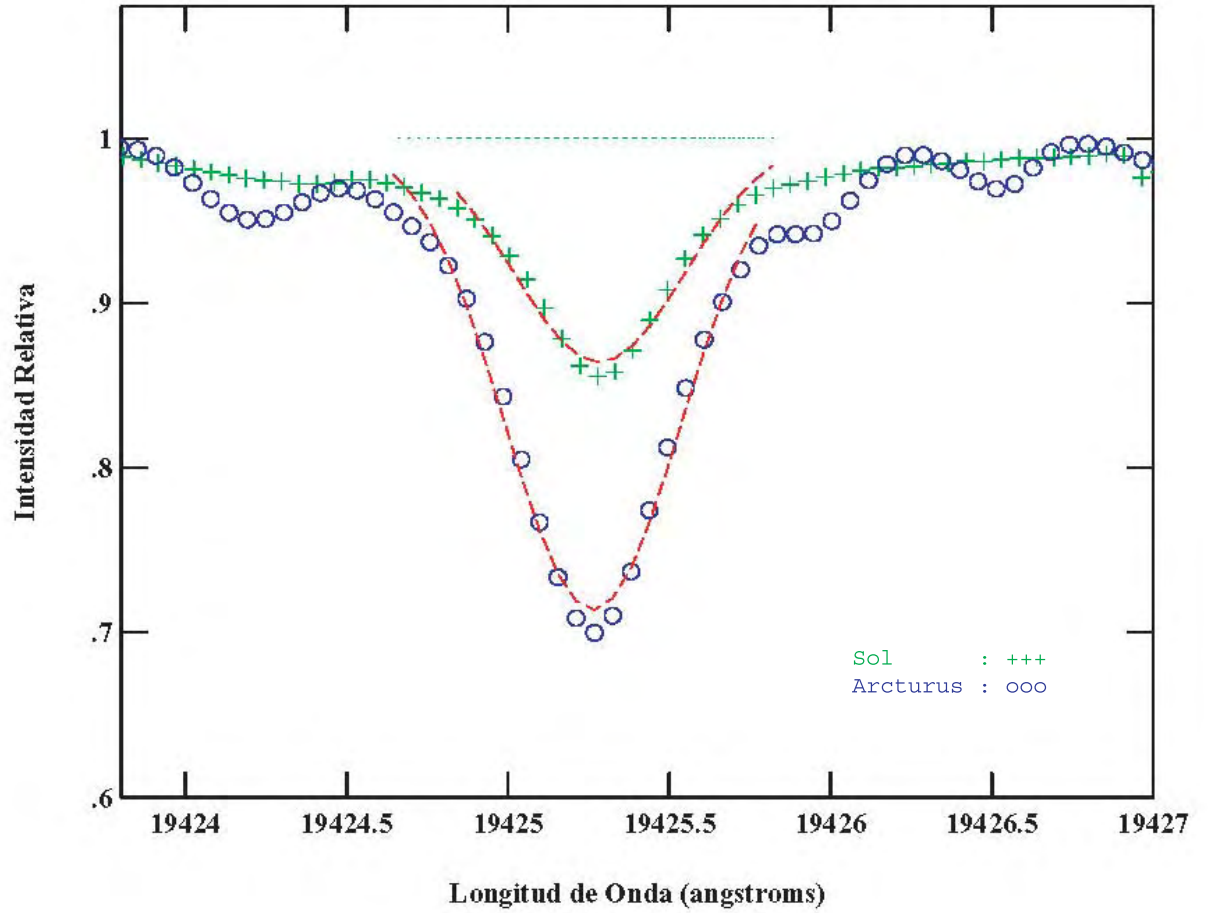


Figura 4.9: Línea de Mg I  $\lambda = 19425,263 \text{ \AA}$

NOAO/IRAF V2.11.3EXPORT mara@astro3 Wed 16:09:30 18-May-2005  
[sunjhk.imh]: INDEF ap:1 beam:1  
"Linea de Titanio (21 782,940 angstroms)"

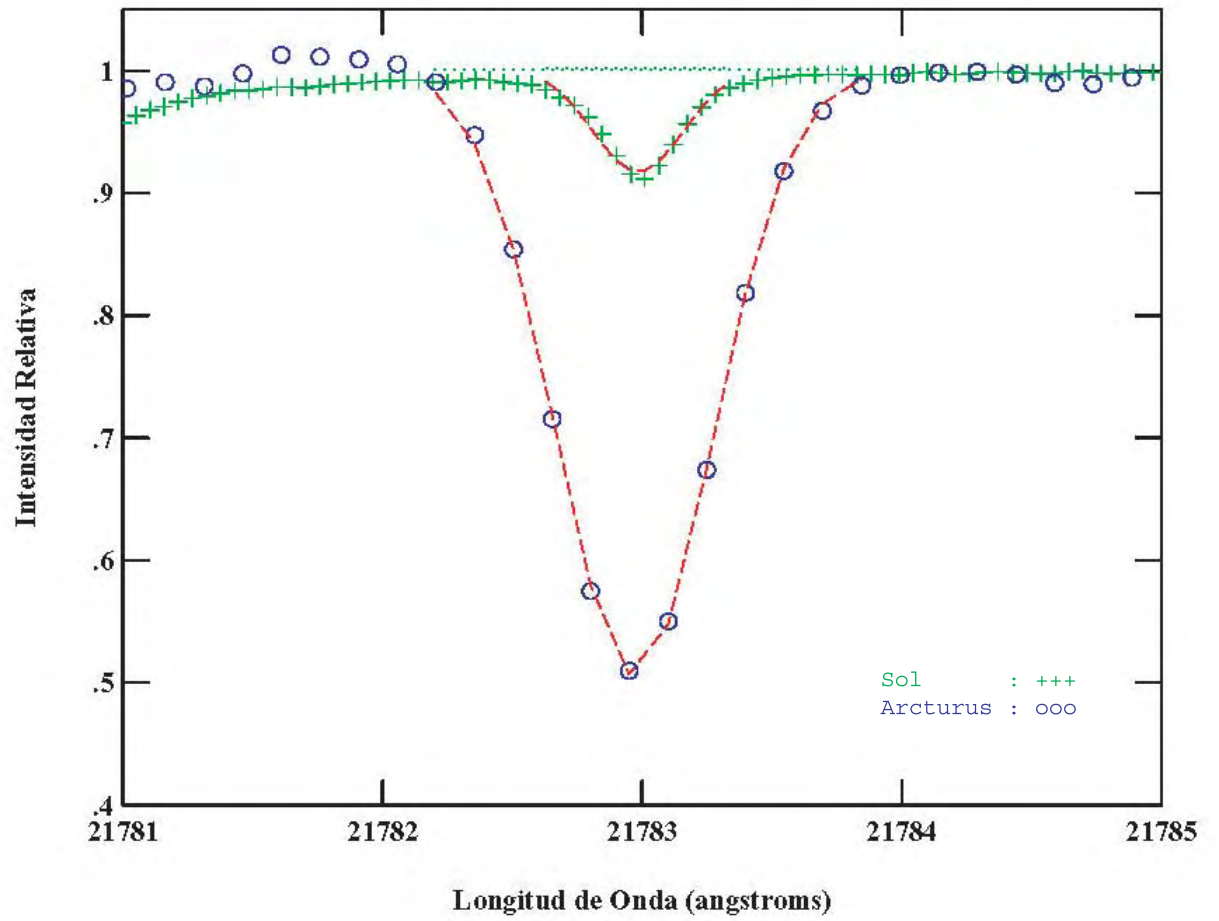


Figura 4.10: Línea de Ti I  $\lambda = 21782,940 \text{ \AA}$

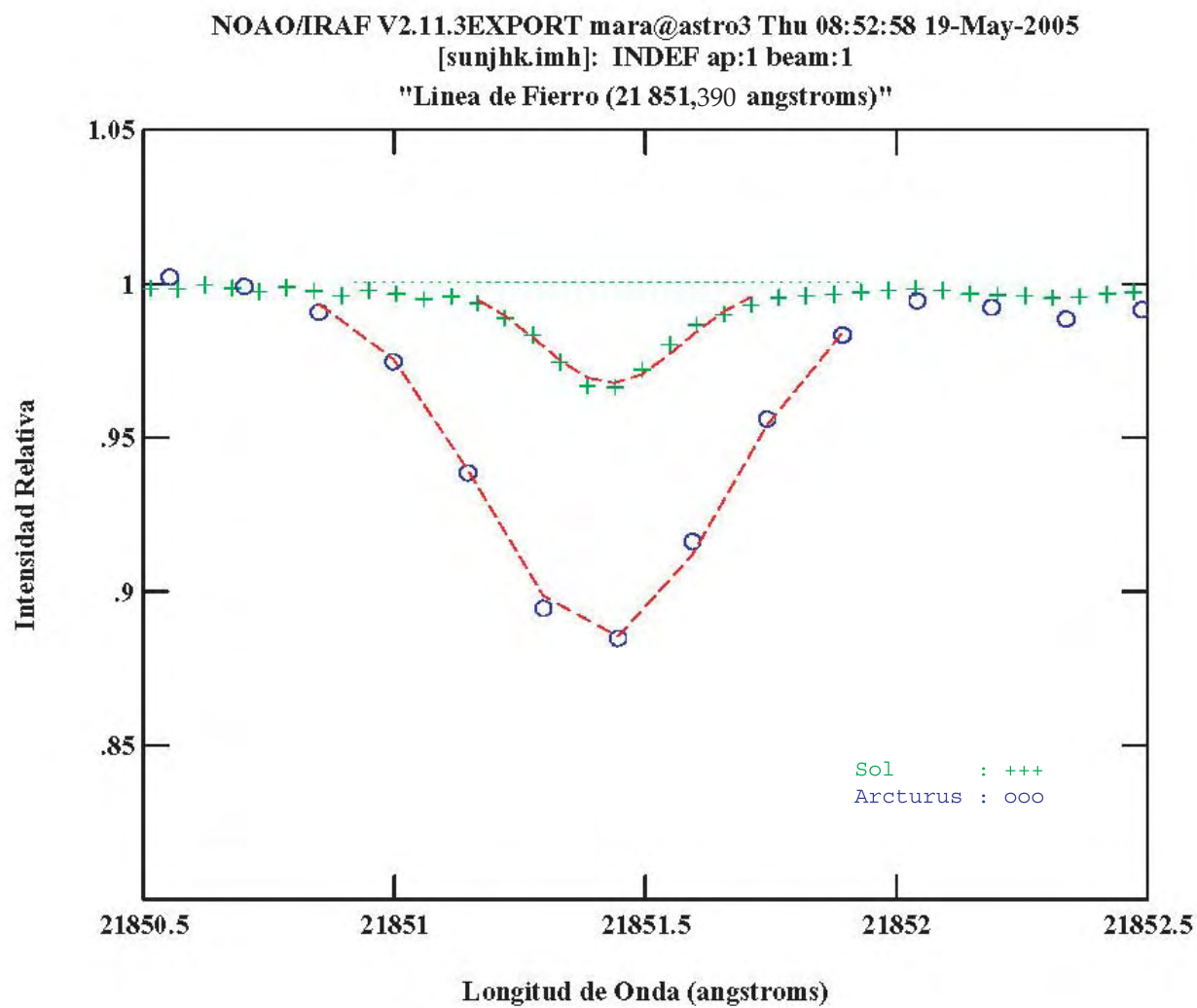


Figura 4.11: Línea de Fe I  $\lambda = 21851,390 \text{ \AA}$

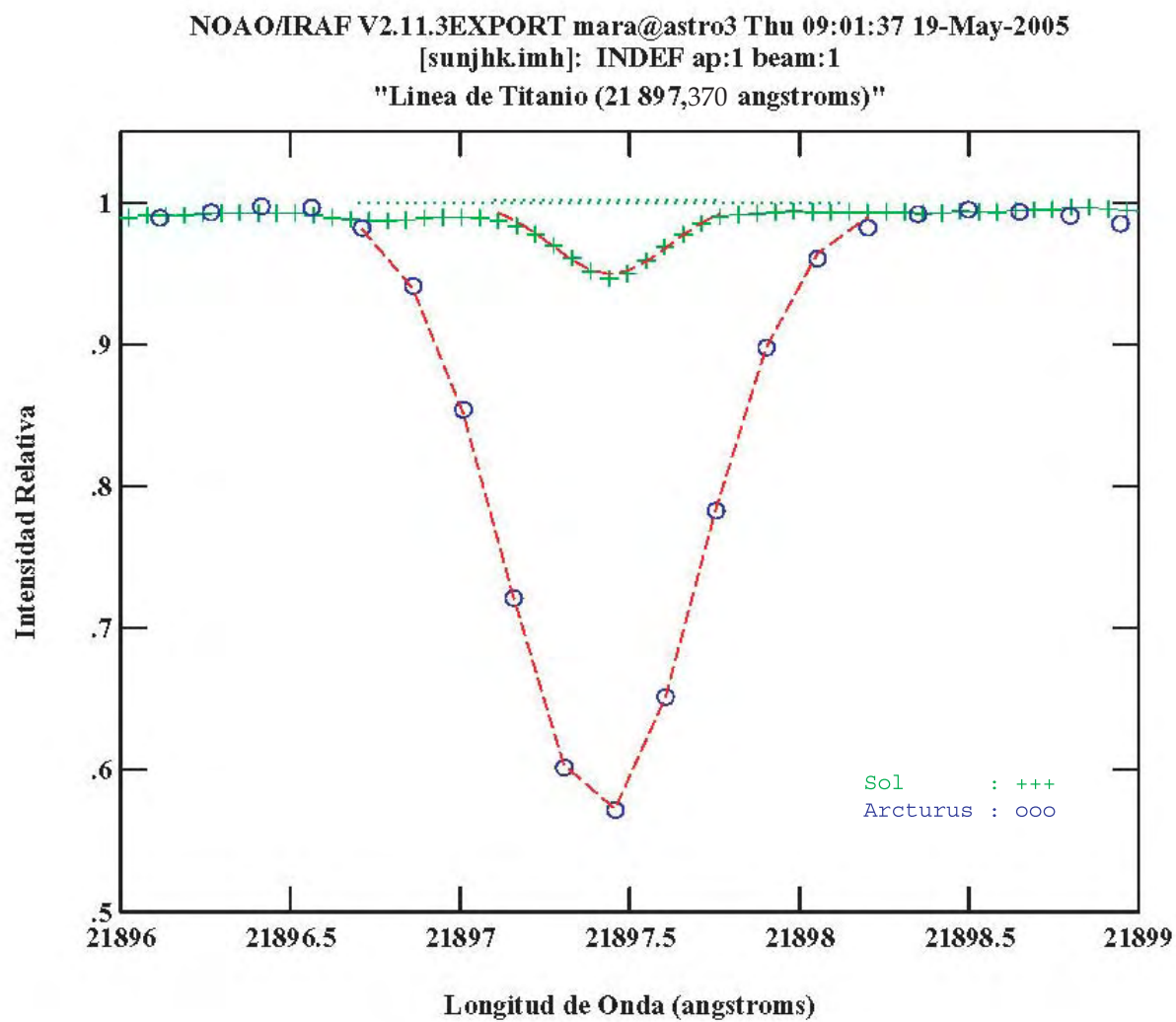


Figura 4.12: Línea de Ti I  $\lambda = 21897,370 \text{ \AA}$

Analizando la figura 4.10, la línea de Ti con longitud de onda  $\lambda = 21782,940 \text{ \AA}$ , se observa mucho más intensa en el espectro de *Arcturus*, que en el Sol; sus anchos equivalentes también son diferentes; en la estrella *Arcturus* la línea de Titanio tiene  $373,7 \text{ m\AA}$  y en el Sol tiene tan solo  $37 \text{ m\AA}$ , obsevamos una diferencia de  $300 \text{ m\AA}$  más en el ancho equivalente de la línea de Titanio en *Arcturus*, que en el Sol. Haciendo una comparación relativa entre los anchos equivalentes de la línea de Titanio y considerando que estos son proporcionales a la abundancia de ese elemento en la atmósfera (técnica de la curva de crecimiento), podemos afirmar que es mayor la cantidad de Titanio neutral en la atmósfera de *Arcturus* que en la del Sol; esta afirmación solo es válida para líneas que no son muy débiles ni muy saturadas.

## 4.5 Cálculo de la Fortaleza del Oscilador $\log(gf)$ para líneas atómicas en el infrarrojo cercano

Se calculó la fortaleza del oscilador  $\log(gf)$  para 109 líneas de absorción del espectro del Sol, valor que no existe en la literatura para dichas líneas.

El cálculo de la fortaleza del oscilador se realizó a través de un análisis computacional directo; en el que la técnica de la curva de crecimiento es implícita. Este análisis computacional incluye un modelo de atmósfera, nosotros utilizamos el modelo de atmósfera de Kurucz para el Sol; este modelo tiene resultas las ecuaciones de transferecia radiativa asumiendo el caso de equilibrio termodinámico local, como la ecuación del flujo total de radiación:

$$F_{\nu} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} B_{\nu}(T) E_2(\tau_{\nu}) \frac{l_{\nu} + \kappa_{\nu}}{\kappa_0} \tau_0 \frac{d \log \tau_0}{\log e}$$

Si integramos el flujo a lo largo de toda la línea de absorción obtenemos el ancho equivalente

$$W = \int_0^\infty \frac{(F_c - F_\nu)d\nu}{F_c}$$

Y el coeficiente de absorción en la línea espectral:

$$l_\nu = \frac{\pi^{1/2}e^2}{mc} f \frac{H(u, a)}{\Delta\nu} \frac{N}{N_E} \frac{A}{\sum A_j \mu_j} (1 - 10^{-\chi_\lambda \theta})$$

Considerando estas ecuaciones, es simplemente una cuestión de ajustar el valor de la fortaleza del oscilador “log(gf)” y repetir el cálculo tantas veces sea necesario, hasta obtener el valor de la abundancia química reportada por Asplund, Grevesse y Sauval; naturalmente debemos conocer de antemano todos los demás parámetros de la ecuación (2.29), sobre todo el valor del ancho equivalente, el coeficiente de absorción en la línea  $l_\nu$  y las variables del modelo de la fotosfera como la temperatura  $T(\tau_0)$ ,  $P_e$  y  $\kappa_0(\tau_0)$ .

Por lo tanto lo que hacemos es iterar a lo largo de una sección de la curva de crecimiento de cada línea espectral.

Para hacer este análisis computacional utilizamos el código de síntesis espectral MOOG [47] [11].

Este código requiere un modelo de atmósfera, el modelo de atmósfera de Kurucz<sup>3</sup> [28] [29] para el Sol, cuyo ajuste de interpolación fue ofrecido por el Dr. Iván Ramirez.

Para correr el MOOG se requiere un archivo de parámetros; este archivo le dice a MOOG que “driver” usar, como procesar los datos, que calcular y cuales son los archivos de salida en los que se encuentran los resultados. El “driver” es como un programa principal que llama a otras subrutinas de MOOG.

---

<sup>3</sup><http://kurucz.harvard.edu/>



Nuestro archivo de parámetros, por ejemplo para las líneas de Niquel fue:

<b>lin.par</b>	
abfind	
terminal	‘x11’
<i>standard_out</i>	‘ni1f’
<i>summary_out</i>	‘ni2f’
<i>model_in</i>	‘modelo.sol’
<i>lines_in</i>	‘niquel’
<i>hardpost_out</i>	‘graphani.ps’
atmosphere	1
molecules	1
lineas	1
flux/int	0
damping	1
plot	1
freeform	1

Dentro de este archivo de parámetros, MOOG tiene una subrutina que trabaja leyendo datos del modelo de atmósfera de Kurucz; también almacena internamente un archivo de abundancias solares de Anders y Grevesse (1989 *Geochim. Cosmichim. Acta*, 53, 197); sin embargo para calcular la fortaleza del oscilador  $\log(gf)$ , se utilizó las abundancias solares del artículo de Asplund, Grevesse y Sauval; *The solar chemical composition* [2].

Finalmente para calcular el  $\log(gf)$ , MOOG necesita un archivo de datos de líneas, este archivo contiene todos los parámetros atómicos de las líneas espectrales que son necesarios en los cálculos de MOOG.

Se dividieron las 109 líneas espectrales por elemento, Mg, Al, Si, S, Ti, Fe y Ni, haciendo un pequeño archivo de parámetros atómicos con la longitud de onda, el código del elemento, el potencial de excitación inferior, el  $\log(gf)$ , el parámetro de amortiguamiento Van der Waals  $C_6$ , la energía de disociación  $D_0$  y finalmente el Ancho Equivalente.

El procedimiento fue el siguiente: primero se seleccionaron todas las líneas solares que tuvieran el ancho equivalente medido (TABLA 2), algunas de estas líneas no se tomaron en cuenta pues estaban muy saturadas (el valor del ancho equivalente  $\geq 100 \text{ m}\text{\AA}$ ), otras estaban mezcladas con otras líneas y otras no tenían el perfil bien definido teniendo un valor de ancho equivalente aproximado; es decir se consideraron únicamente aquellas líneas que tenían el valor del ancho equivalente entre  $10 \text{ m}\text{\AA} < AE \leq 100 \text{ m}\text{\AA}$ , valores que entran dentro de la parte lineal de la curva de crecimiento [17].

El modelo fue corrido, con todos los archivos de entrada que necesitaba, de tal forma que la fortaleza del oscilador se ajustase al valor de la abundancia del elemento, proporcionada por Asplund, Grevesse y Sauval [2].

Luego se realizaron gráficas de comparación entre los valores  $\log(gf)$  calculados utilizando MOOG y los valores  $\log(gf)$  dados en la literatura; se modificaron estos valores  $\log(gf)$  dados por la literatura hasta ajustarlos al valor de la abundancia de Asplund, Grevesse y Sauval [2]; para obtener el  $\log(gf)$  calculados de aquellos que si existen en la literatura.

De las gráficas (4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.19) se puede observar la tendencia lineal entre los valores calculados y los valores dados en la literatura, con un poco de dispersión para alguno de los datos; debido a la incerteza en la medida del ancho equivalente. En el caso del Magnesio y Calcio (Figs. 4.13 y 4.14), no se puede realizar un ajuste lineal, puesto que los puntos están muy dispersos, esto se debe a la imprecisión al momento de fijar el continuo para medir el ancho equivalente; por lo tanto al tener un ancho equivalente impreciso, el valor de la fortaleza del oscilador es también muy impreciso. Sin embargo para el Carbono, Silicio, Azufre, Hierro y Titanio (Figs. 4.15, 4.16, 4.17, 4.18 y 4.19) se observa una tendencia lineal con un factor de correlación de 0.80 en promedio; correlación que valida nuestros datos calculados con el modelo de atmósfera de Kurucz y el código MOOG, con respecto a los datos dados por la literatura.

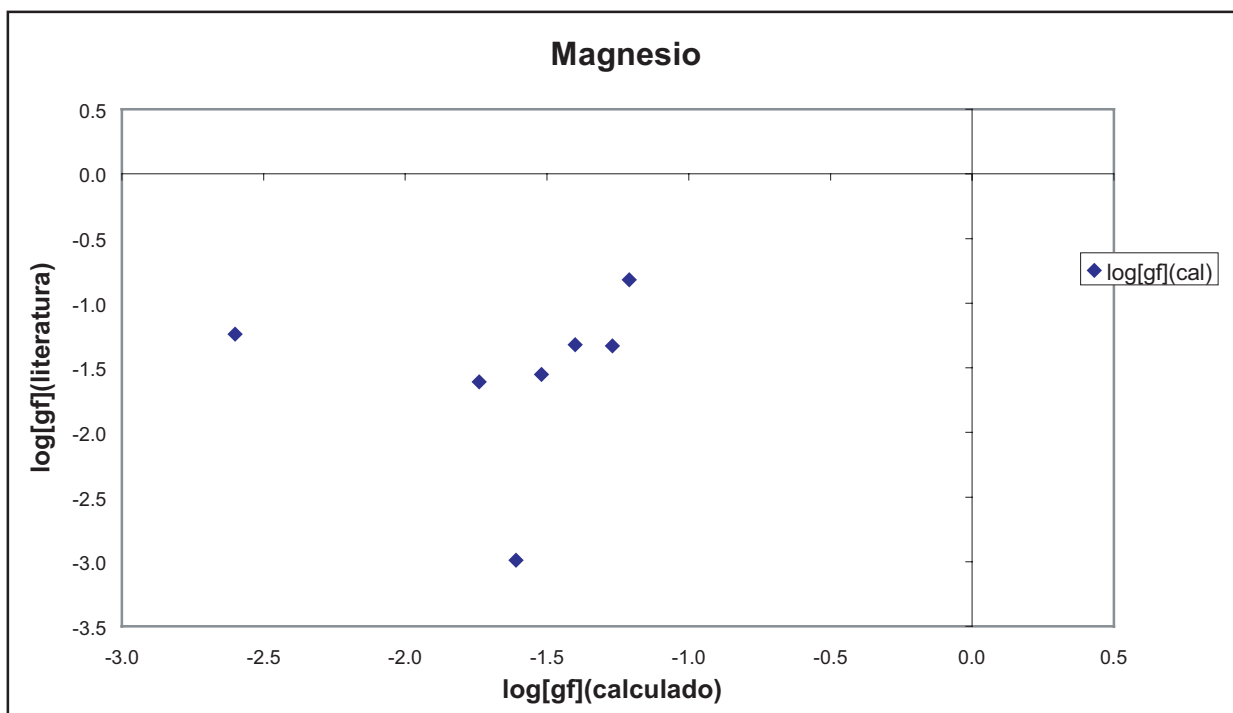


Figura 4.13: Comparación del valor del  $\log(gf)$  para el Magnesio

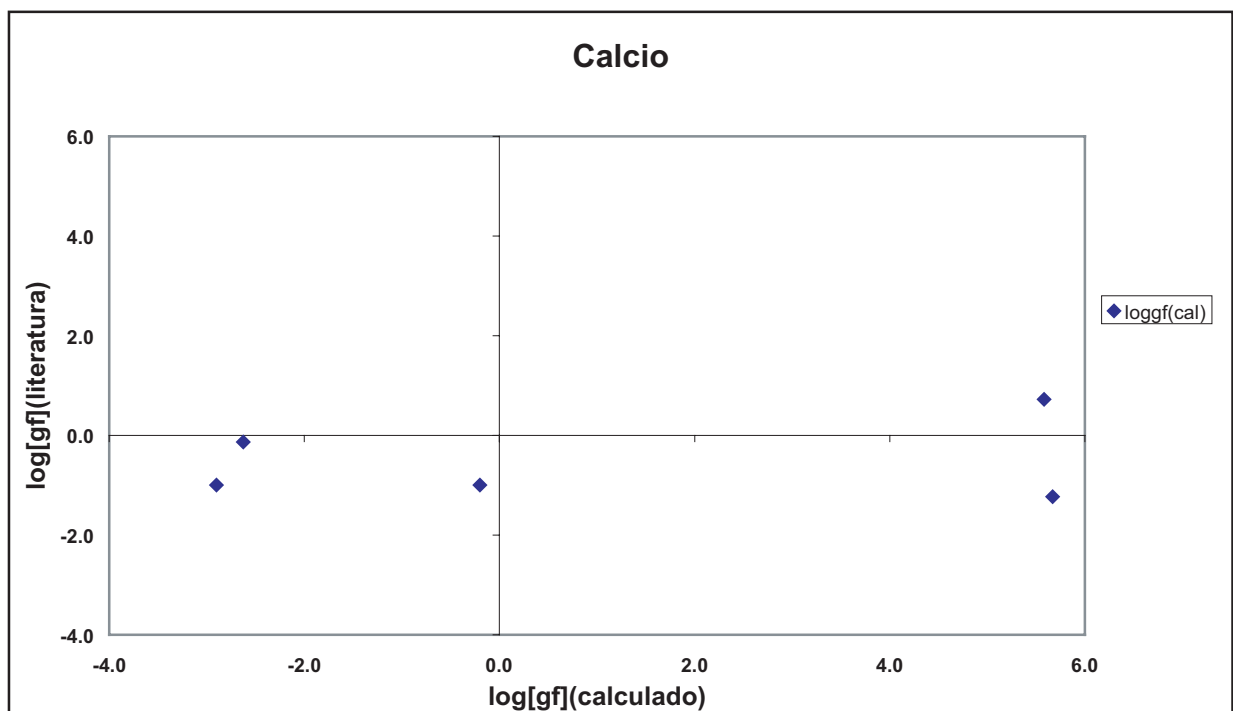


Figura 4.14: Comparación del valor del  $\log(gf)$  para el Calcio

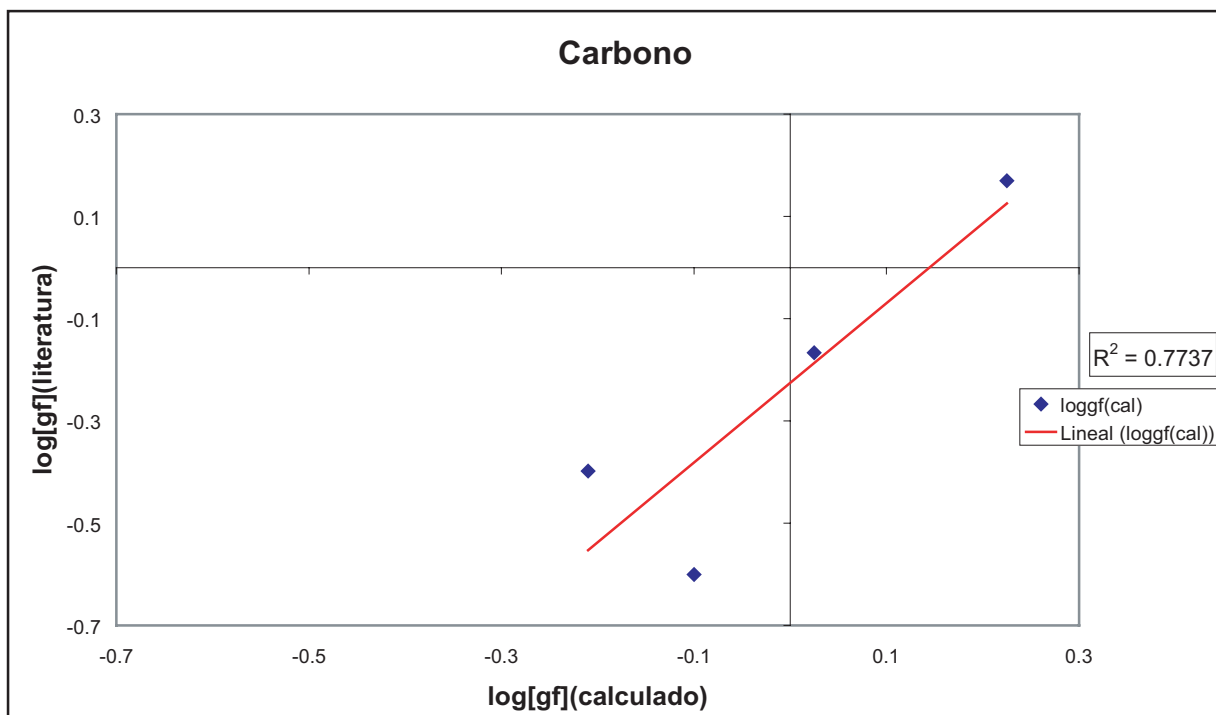


Figura 4.15: Comparación del valor del  $\log(gf)$  para el Carbono

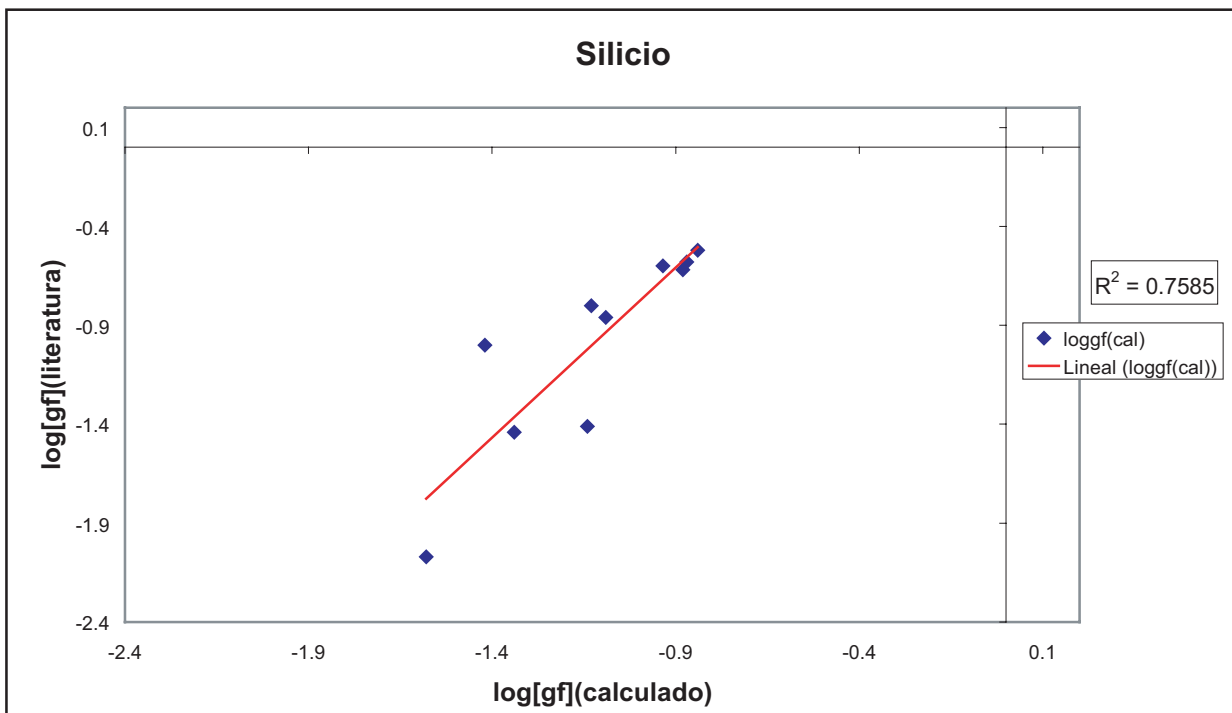


Figura 4.16: Comparación del valor del  $\log(gf)$  para el Silicio

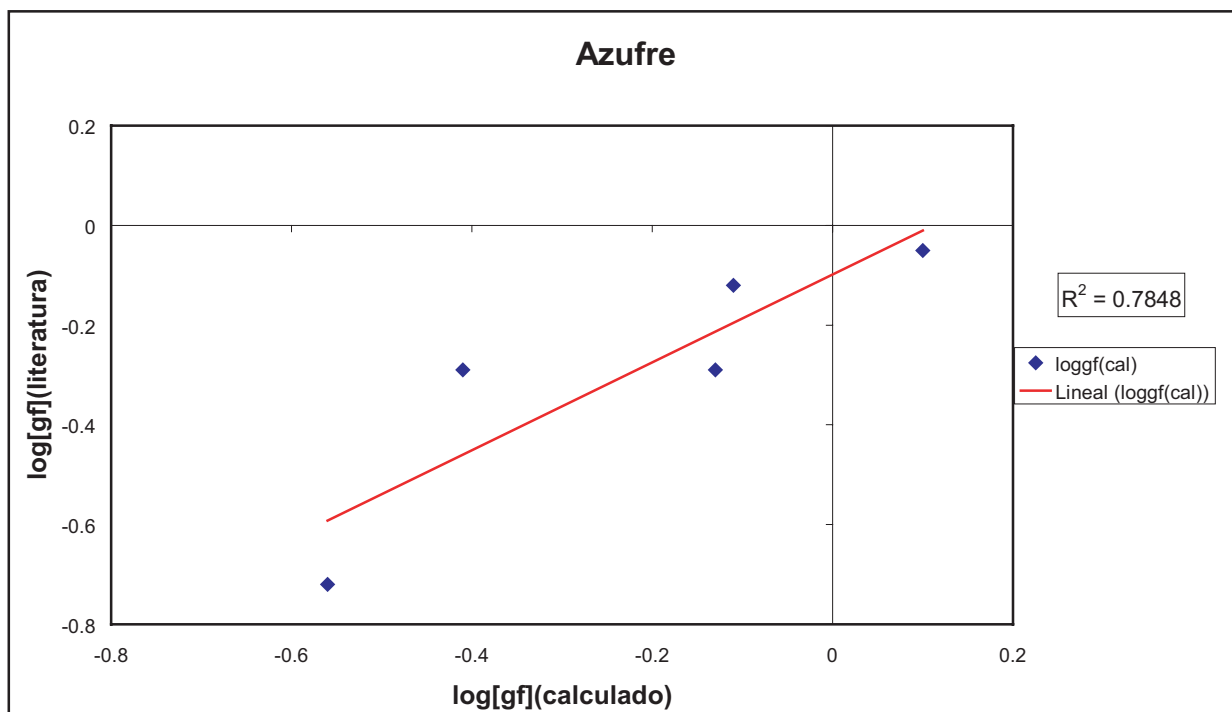


Figura 4.17: Comparación del valor del  $\log(\text{gf})$  para el Azufre

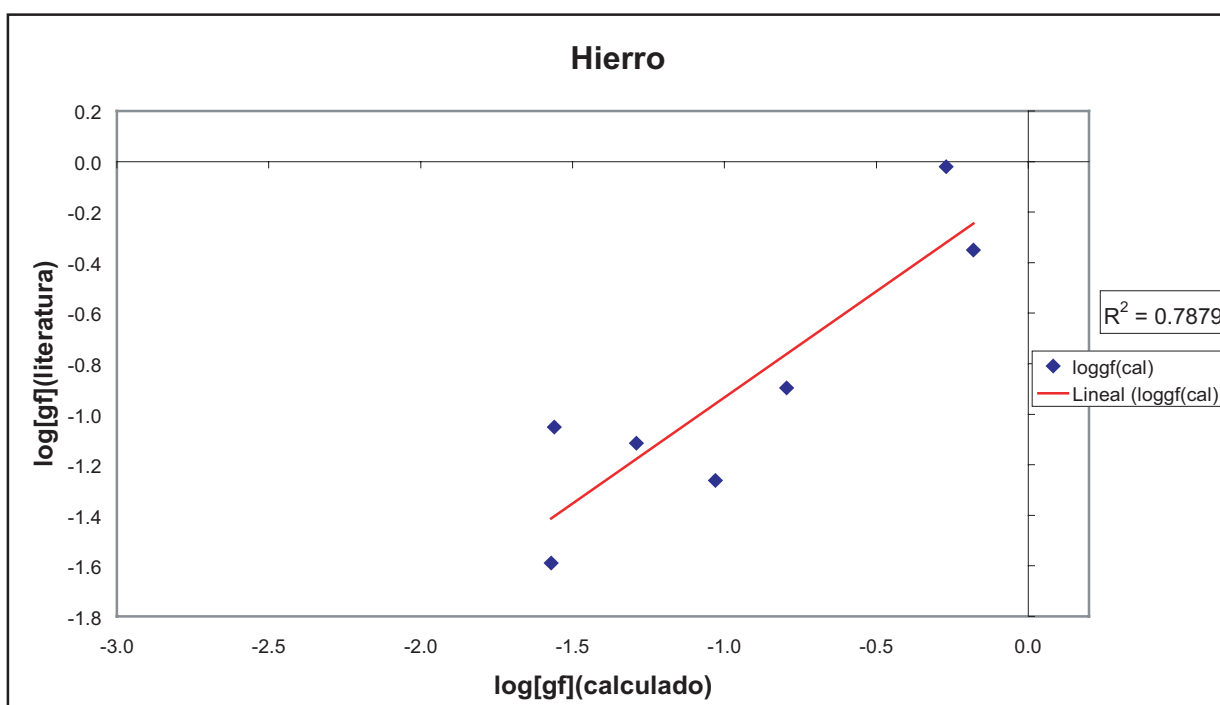


Figura 4.18: Comparación del valor del  $\log(\text{gf})$  para el Hierro

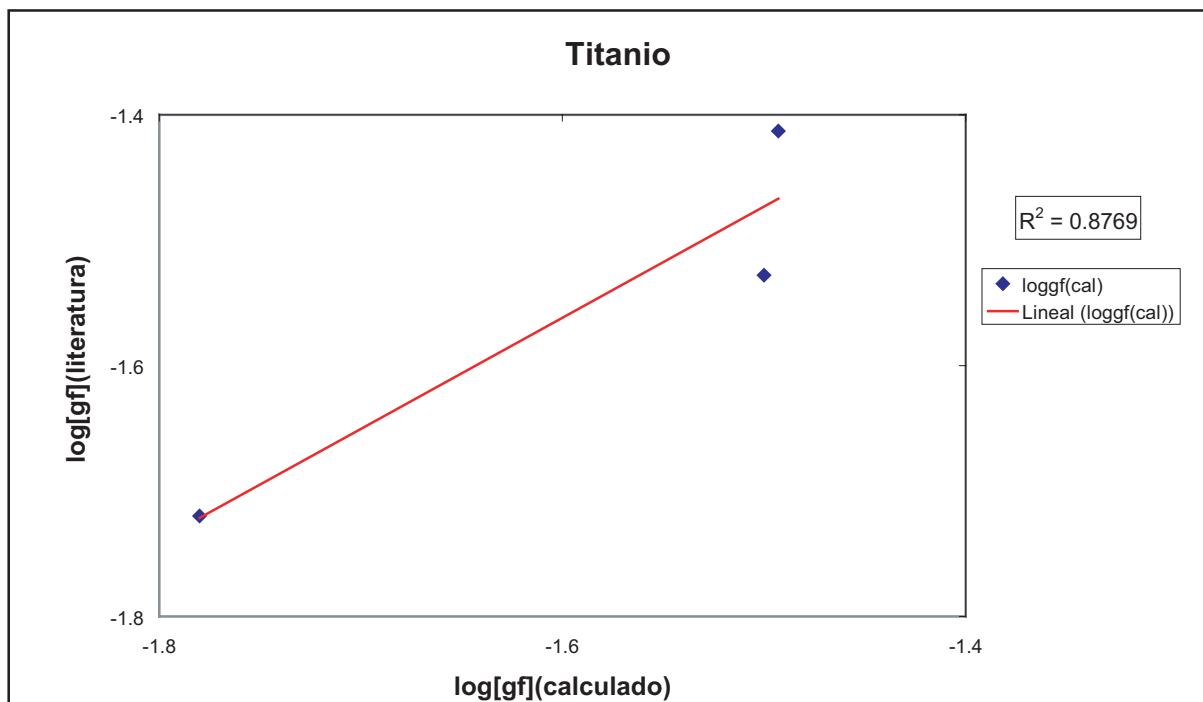


Figura 4.19: Comparación del valor del  $\log(gf)$  para el Titanio

# CONCLUSIONES

1. Elaboramos una tabla completa de 357 líneas atómicas junto con sus propiedades físicas para la banda K del infrarrojo cercano ( $1,8 \mu\text{m}$  a  $2,5 \mu\text{m}$ ), típicas de estrellas tipo G y K; contribuyendo con la iniciativa de trabajos anteriores, de establecer bases atómicas para síntesis espectral en el infrarrojo cercano; y completar así estudios de análisis espectral en todo el rango espectral del infrarrojo cercano.
2. Determinamos el ancho equivalente de 357 líneas de absorción de los espectros infrarrojos del Sol y Arcturus, el cálculo de este parámetro es fundamental para la determinación de la fuerza del oscilador  $\log(gf)$  y abundancias químicas estelares. Corroboramos la semejanza de la atmósfera del Sol con la de *Arcturus*; al comparar el ancho equivalente de líneas de absorción presentes en ambos espectros.
3. Determinamos la fuerza del oscilador  $\log(gf)$  para 109 líneas de absorción del espectro solar (valor no encontrado en la literatura), que corresponden a elementos de Mg, Al, Si, S, Ti, Fe y Ni. Parámetro atómico importante en física atómica y física del estado sólido y otras aplicaciones de laboratorio.



4. Este trabajo contribuye con la determinación de parámetros atómicos no existentes en la literatura, ni determinados aún en laboratorio. La determinación de estos parámetros posibilitan la realización de trabajos futuros como: razones de abundancias químicas de estrellas tipo espectral G y K, determinación de metalicidades, y finalmente inferir conclusiones cosmológicas.
5. Este trabajo contribuye con la *determinación del Ancho equivalente y Fortaleza del Oscilador  $\log(gf)$  de líneas de absorción atómicas en el infrarrojo cercano (banda K)*. La determinación de estos parámetros posibilitan la realización de trabajos futuros como el cálculo de abundancias químicas de estrellas tipo espectral G, K; determinación de metalicidades e inferir conclusiones cosmológicas.

# APÉNDICE

## TABLA 1: Datos Atómicos



## TABLA 2: Anchos Equivalentes

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
1	Cr	18001,779	S, A	.88	0,0033	.93	0,0705	1
2	Ni	18003,825	A					
3	Fe	18013,848	S	.88	0,0471	.86	0,0402	
4	Ni	18014,677	S	.69	0,0686	.7	0,1032	2
5	Fe	18027,108	S, A	.11	0,0411	.3	0,1551	
6	Cr	18037,767	S	8.05	0,0087	8.01	0,1128	
7	Ni	18039,401	S, A	.47	0,0193	.26	0,1338	3
8	Ni	18040,843	S,A	.89	0,0943	.95	0,3695	
9	Ni	18045,464	S, A	.5	0,0093	.48	0,0348	
10	Fe	18066,674	S, A	.73	0,0759	5.27	0,0296	4
11	Fe	18073,683	S, A	.72	0,0383		0,0784	
12	Fe	18075,41	A	.5	0,0041	.43	0,04	
13	Fe	18092,687	S, A	.72	0,0148	.61	0,0288	5
14	Fe	18093,148	S, A	.18	0,0187	.13	0,0336	6
								7

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
15	Fe	18096,289	S, A	.31	0,1711	.29	0,1575	8
16	Fe	18113,183	A	.02	0,0223	.01	0,1011	
17	Ni	18114,215	S, A	.43	0,082	.03	0,2981	
18	Fe	18119,596	S	.65	0,0259	.64	0,0631	
19	Fe	18128,073	S	.13	0,0584	.07	0,0834	10
20	Fe	18137,364	S, A	.43	0,0564	.39	0,0628	
21	Fe	18142,785	S, A	.79	0,0389			
22	Ni	18142,944	S	.82	0,0349			
23	H	18174,122	S, A		0,1504	.14	0,4462	13
24	Fe	18189,941	S, A	97.	0,0935	90.06	0,2073	14
25	Ni	18227,872	A	.92	0,0234	.91	0,0514	15
26	Fe	18441,772	S	.81	0,1141			
27	Fe	18448,058	S	.1	0,1005			
28	Fe	18449,058	S	.08	0,1355			
29	Ni	18510,250	S	.3	0,0153			
30	Ni	18611,101	S	.13	0,0677			

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
31	Cr	18658,103	S	.08	0,0812			16
32	Ca II	18819,596	S	.61	0,0406			
33	Fe	18820,608	S	.65	0,0249			
34	Fe	18821,044	S	.02	0,0284			
35	Fe	18856,647	S	.68	0,1969			
36	Fe	18876,899	S	.96	0,0152			
37	(Co II)	18878,34	S	.33	0,0288			
38	Fe	18884,909	S	.98	0,0252			
39	Fe	18886,799	S	.84	0,0047			
40	Fe	18887,531	S	.55	0,0032			
41	S	18944,159	S					17
42	S	18949,678	S	.73	0,0415			
43	S	18957,156	S	.17	0,0638			
44	S	18958,382	S	.45	0,0083			18
45	Fe	19176,123	S	.18	0,0368			
46	Fe	19216,034	S	.04	0,0212			

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
47	Fe	19219,16	S	.18	0,0379			
48	Fe	19228,389	S	.4	0,0219			
49	Fe	19259,257	S	.27	0,0419			
50	Fe	19260,448	S	.46	0,0454			
51	Mg	19425,263	S, A	.28	0,0633	.27	0,1945	19
52	H	19445,562	S					20
53	Ca I	19452,982	S, A	.93	0,3592	.81	0,8804	21
54	Fe	19463,616	S, A	.69	0,0209	.58	0,0726	
55	Fe	19484,351	S, A	.36	0,0888	.31	0,1786	22
56	Fe	19490,850	S, A	.91	0,0111	.89	0,0231	23
57	Si	19493,38	S, A	.37	0,2416	.37	0,7363	
58	Ca I	19505,739	S, A	.75	0,2845	.65	0,9372	24
59	Si I	19506,104	S, A	.11	0,1207	.81	0,3888	25
60	Si	19508,152	S, A	.12	0,306	.13	0,3007	26
61	Fe	19509,317	S, A	.32	0,0407	.24	0,0556	
62	Fe	19511,248	S, A	.29	0,0105	.3	0,3896	

Continúa ...



**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
63	Fe	19533,278	A	.3	0,0595	.21	0,1109	27
64	Fe	19584,696	S	.73	0,0046			
65	Fe	19592,737	S, A	.77	0,0647		0,1557	
66	Fe	19597,373	S, A	.39	0,0115	.35	0,0412	28
67	Fe	19611,547	A	.63	0,0056	.74	0,0511	29
68	Fe	19613,159	S, A	.17	0,1014	.14	0,1629	30
69	Fe	19614,452	S, A	.46	0,0419			
70	Fe	19635,32	A			.29	0,2287	
71	Fe	19639,425	S, A	.43	0,0277	.1	0,193	32
72	Fe	19670,857	S, A	.89	0,0060	.89	0,0741	33
73	Fe	19685,304	S, A	.33	0,0357	.26	0,0735	
74	Fe	19693,902	S, A	.89	0,0178	.92	0,0474	
75	V	19718,56	A			.49	0,1165	34
76	Si	19722,509	S, A	.52	0,5878	.58	0,577	35
77	Mg	19723,513	S, A	.6	0,0525	.47	0,1359	35
78	Fe	19728,347	S, A	.37	0,0236	.28	0,0398	

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
79	Mg	19733,861	S, A	.98	0,1323	.83	0,13	36
80	Ti	19746,50	A	.47	0,0247	.43	0,0651	37
81	Ni	19762,083	S, A	.07	0,0098	.86	0,0278	
82	Ca I	19776,771	S, A	.73	0,6089	.58	1,124	
83	Ca	19778,321	A	.31	0,0329	.22	0,0777	38
84	Fe	19780,649	S, A	.66	0,0385	.67	0,0628	39
85	Fe	19791,864	A			.24	0,3504	40
86	Ca I	19815,017	S, A	.05	0,1802		0,2434	
87	Fe	19846,71	A	.65	0,09023	.67	0,1245	41
88	Ca I	19853,10	S, A	.07	0,3159	.03	0,3854	
89	Ca I	19862,22	S, A	.17	0,323	.04	0,8771	42
90	Ca I	19917,195	S, A	.22	0,1158	.11	0,4398	
91	Fe	19923,343	S, A	.39	0,0519		0,1326	
92	Si	19928,884	S, A	.95	0,2896	.89	0,2851	
93	Ca I	19933,728	S, A	.71	0,2619	.66	0,349	
94	Fe	19947,413	S, A	.45	0,0224	.33	0,0402	

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
95	Fe	19949,459	S, A	.58	0,0207	.56	0,0798	43
96	Ca I	19961,832	S, A	.91	0,184	.78	0,1252	44
97	Fe	19970,062	A				0,0529	45
98	Si	19971,343	S, A	.43	0,0689	.36	0,0859	
99	Si	19973,785	A			.71	0,1293	46
100	Fe	20092,060	S, A	.05	0,0345	1.64	1,051	47
101	Fe	20143,073	A			.06	0,0444	48
102	Fe	20227,980	S, A	8.06	0,0137	8.1	0,044	
103	Cr	20238,947	A	.91	0,0049	.9	0,0668	49
104	Cr	20240,095	A	.15	0,0018	.08	0,0503	50
105	V	20241,529	A			.54	0,0477	51
106	Si	20264,095	S, A	.12	0,027	.05	0,0455	
107	Fe	20281,085	S, A	.12	0,0750	.07	0,1719	
108	Fe	20283,319	S, A	.35	0,0261	.4	0,0459	52
109	Ca II	20292,723	S, A	.69	0,0093	.72	0,0229	
110	Si	20296,36	S, A	.46	0,1608	.44	0,1618	

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
111	Si	20301,83	S, A	.8	0,1265	.71	0,1569	53
112	Fe	20329,197	S, A	.24	0,0258	.24	0,0396	
113	Si	20343,87	S, A	.88	0,1281	.88	0,1645	
114	Fe	20349,721	S, A	.76	0,0267	.75	0,108	
115	Ti	20355,42	A			.52	0,0374	
116	Fe	20363,276	S, A	.31	0,0484	.36	0,0931	
117	Fe	20372,247	S, A		0,0117	.26	0,0247	
118	Si	20378,464	S, A	.48	0,1593		0,1533	54
119	Si	20382,43	S, A	.36	0,0894	.33	0,1197	
120	Ti	20393,25	A			.3	0,0165	
121	Fe	20405,987	S, A	6.03	0,0238	6.0	0,0632	55
122	Ca	20467,614	A	.64	0,0170		0,0478	
123	Fe	20563,962	S, A	.99	0,0199	4.13	0,8279	56
124	Fe	20584,196	S, A	.22	0,0753	.22	0,107	57
125	Fe	20598,915	S, A	.9	0,0345	.86	0,0391	
126	Si	20602,86	S, A		0,2597	.82	0,2196	

Continúa . . .

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
127	Fe	20615,212	S, A	.21	0,0233	.18	0,0569	
128	Fe	20629,697	S, A	.67	0,2404	.63	0,2971	58
129	Si	20632,712	A	.71	0,0157			59
130	Fe	20648,669	A	.68	0,0067	.74	0,0449	60
131	Fe	20675,698	S, A	.22	0,0513	.71	0,0576	61
132	Fe	20677,358	S, A	.36	0,026	.51	0,0310	62
133	Fe	20698,313	S, A	.38	0,0515	.37	1,224	63
134	Si	20698,56	S, A	.67	0,2169	.45	0,2715	64
135	Fe	20716,954	S, A	.99	0,0907	.98	0,1205	
136	Fe	20723,138	S, A	.13	0,0547	.11	0,0722	65
137	Fe	20732,262	S, A	.32	0,0415	.35	0,0785	
138	Ti	20733,55	A			.84	0,0184	66
139	Fe	20736,84	A	.93	0,0362	.91	0,1101	67
140	Fe	20799,050	A			.08	0,0380	68
141	Fe	20799,633	S, A	.69	0,0352	.71	0,0631	69
142	Si	20804,157	S, A	.23	0,1294	.2	0,1655	70

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
143	Fe	20805,096	S, A	.12	0,1103	.1	0,1303	71
144	Fe	20840,812	S, A	.83	0,1743	.77	0,2259	
145	Ti	20855,52	A				0,0295	72
146	Fe	20882,229	S, A	.24	0,0157	.13	0,0151	
147	V I	20886,409	A			.54	0,0263	73
148	Si	20890,345	S, A	.42	0,0542	.41	0,0883	
149	Si	20917,13	S, A	.18	0,3942	.15	0,3143	
150	Si	20926,149	S, A	.14	0,0506	.18	0,0703	
151	Fe	20948,099	S, A	.08	0,0217	.12	0,0474	
152	Ni	20957,138	S, A	.23	0,0076	.27	0,0293	74
153	Fe	20962,564	S, A	.57	0,0211	.56	0,0706	75
154	Ca	20972,529	A	.54	0,0117		0,0355	76
155	Fe	20991,046	S, A	.09	0,0112	.11	0,0608	
156	C	21023,16	S, A	.17	0,0876	.22	0,0118	77
157	Si	21047,285	A	.3	0,0341	.23	0,075	78
158	Si	21056,373	A	.4	0,0777		0,0964	79

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
159	Mg	21059,744	S, A	.7	0,2509	.75	0,2388	80
160	Mg	21060,898	S, A	.82	0,4298	.91	0,4396	81
161	Al	21093,077	S, A	.1	0,2366	.03	0,3627	
162	Fe	21095,406	S, A	.39	0,0283		0,0409	
163	Fe	21123,871	S, A	.89	0,0211		0,0489	82
164	Fe	21124,474	S, A	.51	0,0156		0,0388	83
165	Fe	21125,036	S, A		0,0138		0,0526	84
166	Ti	21149,61	A	.62	0,0012	.67	0,0492	85
167	Ti	21152,32	A				0,0157	86
168	Fe	21162,034	S, A	.06	0,0339		0,0533	
169	Al	21163,799	S, A	.81	0,3364	.85	0,4213	
170	Fe	21167,950	S, A		0,0191	8.05	0,054	
171	Fe	21178,169	S, A	.21	0,0109	.26	0,1123	
172	Ti	21185,25	A			.21	0,0257	87
173	C	21191,435	S, A	.45	0,1099	.5	0,0662	88
174	Fe	21195,586	S, A	.55	0,0349	.47	0,116	89

Continúa . . .

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
175	Fe	21200,485	S, A	.57	0,0111		0,0224	90
176	Si	21204,424	A	.52	0,0314	.47	0,0961	91
177	Al	21208,158	S, A	.16	0,0904	.13	0,1545	
178	C	21211,534	S, A		0,0813	.28	0,0297	92
179	Mg	21213,725	S, A	.69	0,0294	.68	0,0618	
180	Fe	21216,322	S, A	.37	0,0144	.38	0,0233	
181	Mg	21225,619	S, A	.61	0,0384	.67	0,126	
182	Fe	21238,466	S, A	.52	0,0771	.51	0,1573	
183	C	21259,934	S, A	.92	0,1895	.87	0,0948	
184	Fe	21284,362	A	.39	0,0069	.4	0,0621	93
185	Fe	21294,938	A			5.11	0,0169	94
186	C	21295,438	S, A	.3	0,0596	.49	0,0049	95
187	Ti	21308,62	A		0,0015	.58	0,0276	96
188	Si	21354,199	S, A	.26	0,4305	.25	0,3452	
189	Si	21372,935	A	.98	0,0111	.88	0,0445	97
190	Fe	21386,166	b, S	.17	0,0259	.21	0,0596	

Continúa . . .



**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
191	Ca II	21389,021	S, A	8.98	0,0566	8.95	0,0439	98
192	Si	21418,778	A			.28	0,0097	
193	Si	21426,333	A	.35	0,0448	.28	0,0776	
194	Fe	21427,759	S, A		0,0245	.62	0,0411	
195	Ca II	21428,908	A	.78	0,0459	.74	0,0207	100
196	Si	21442,391	A	.55	0,0323	.36	0,0662	
197	Na ?	21452,226	A			.12	0,0925	
198	Ti	21454,69	A			.7	0,0331	
199	Mg I	21458,864	S, A	.93	0,0503	.9	0,1096	103
200	Fe	21480,121	A	.11	0,0079		0,0090	104
201	Fe	21515,147	A	.19	0,0143	.23	0,0342	105
202	Si	21527,689	A	.65	0,0097			106
203	Mg	21536,268	A	.39	0,0166	.21	0,0675	107
204	Ni	21570,031	S, A	.14	0,0141	.21	0,0299	
205	Fe	21572,255	S, A	.3	0,0247	.27	0,0338	
206	Si	21613,278	S, A	.25	0,0413	.41	0,0909	

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
207	H	21655,282	S, A		1,905	.24	0,42	108
208	Na ?	21667,208	A			6.91	0,0352	109
209	Sc	21730,506	A			.62	0,0294	110
210	Fe	21735,476	S, A	.46	0,0389	.49	0,0496	
211	Fe	21756,951	S, A	.91	0,0335	.81	0,0697	
212	Fe	21775,874	A	.89	0,0041	.89	0,0239	111
213	Si	21779,77	S, A	.73	0,319	.74	0,3228	
214	Ti	21782,94	S, A	.98	0,0370	.97	0,3737	
215	Fe	21795,201	A	.25	0,0034	.46	0,0193	112
216	Sc	21812,054	A			.27	0,0324	113
217	Fe	21813,767	A			.98	0,0199	114
218	V	21816,481	A	.62	0,0208	.63	0,0465	115
219	Si	21819,69	S, A	.75	0,259	.73	0,2363	
220	Fe	21832,986	S, A	3.03	0,0201	3.02	0,0337	
221	Si	21837.954	A	8.07	0.0219	8.12	0,0448	116
222	Fe	21841,146	A	.27	0,0052	.27	0,0245	117

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
223	Sc	21842,7	A			.86	0,0175	118
224	Fe	21851,39	S, A	.43	0,0116	.41	0,0707	
225	Fe	21857,924	S, A	.97	0,0333	8.03	0,0652	119
226	Fe	21863,768	A	.87	0,0049	.7	0,0298	120
227	Ti	21866,09	A			.32	0,0264	121
228	Si	21874,14	S, A	.21	0,0777	.15	0,0996	
229	Si	21879,324	S, A	.36	0,3119	.35	0,253	
230	Fe	21894,992	S, A		0,0875	5.04	0,1391	
231	Ti	21897,37	S, A	.44	0,0227	.42	0,3054	
232	Cr	21908,871	A			.79	0,0195	122
233	Fe	21916,516	A	.55	0,0116	.46	0,0259	123
234	Si	21924,831	A	.99	0,0193	.94	0,0313	124
235	Cr	21933,38	A			.3	0,0304	125
236	Ni	21945,506	A			.63	0,0153	126
237	Si	21963,24	A	.21	0,0076	.69	0,0114	127
238	(Fe)	21986,386	S	.39	0,0246	.31	0,1087	128

Continúa . . .

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup>		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup>
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho	Tabla 3
		de onda			Equivalente		Equivalente	
239	(Fe)	21988,804	S	.85	0,0217	.89	0,0379	
240	Unid	21992,519	(S,	.52	0,0244	.49	0,0333	
			A)					
241	Ti	22004,50	S, A	.57	0,0125	.54	0,2194	129
242	Sc	22024,206	A			.54	0,0272	
243	Sc	22051.994	A			2.06	0,2135	
244	Na	22056,426	S, A	.48	0,3282	.5	0,4009	130
245	Si	22062,71	S, A	.73	0,3322		0,2763	
246	Sc	22065,233	A			.37	0,1086	
247	Si	22072,55	S, A	.59	0,0454	.54	0,0595	131
248	Fe	22079,843	S, A	.88	0,0079	.89	0,0226	
249	Na	22083,662	S, A	.74	0,2521	.75	0,3251	
250	V	22091,514	A			.64	0,0366	132
251	C	22160,413	A	.39	0,0149	.36	0,0076	133
252	Fe	22178,116	S, A	.21	0,0064	.16	0,0123	
253	Sc	22207,128	A			.51	0,0383	
								134

Continúa . . .

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
254	Ti	22210,976	S, A	1.27	0,0090	1.27	0,2357	
255	Ti	22232,83	S, A	.9	0,0113	.93	0,2297	
256	Fe	22257,12	S, A	.15	0,1531	.13	0,2256	
257	Fe	22260,19	S, A	.26	0,0672	.22	0,1892	135
258	Sc	22266,630	A			.74	0,0586	136
259	Ti	22274,022	S, A	.07	0,0122	.06	0,2365	
260	Ca	22277,963	A				0,0094	137
261	Ti	22310,58	A	.63	0,0074	.62	0,1843	138
262	Fe	22344,446	S, A	.48	0,0146	.51	0,0223	
263	Fe	22375,181	S, A	.23	0,0156	.19	0,0206	
264	Fe	22380,792	S, A	.84	0,2078	.84	0,2866	
265	Fe	22385,12	S, A	.14	0,0328	.18	0,0729	
266	Fe	22392,88	S, A	.92	0,0749	.89	0,1334	
267	Sc	22394,669	A			.72	0,0734	139
268	Fe	22419,976	S, A	.95	0,0783	20.01	0,0919	
269	Fe	22425,373	A	.41	0,0059	.2	0,0269	140

Continúa . . .

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
270	Ti	22443,89	A	.96	0,0069	.96	0,148	141
271	Fe	22463,061	A			.25	0,0231	142
272	Fe	22473,272	S, A	.26	0,2106	.3	0,2084	
273	V I	22487,812	A	.88	0,0014			143
274	Fe	22493,661	S, A	.71	0,0190		0,0322	
275	S	22507,592	S, A	.62	0,0504		0,0364	
276	S	22519,105	S, A	.15	0,0627	.14	0,0542	
277	Ti	22522,79	A			.69	0,0198	144
278	S	22526,053	S, A	.08	0,0351	.06	0,0266	
279	Si	22537,534	S, A	.6	0,2419	.64	0,1971	
280	S	22552,573	S, A	.62	0,0907	.56	0,0624	
281	S	22563,867	S, A	.88	0,0730	.91	0,0515	
282	S	22575,431	S, A	.45	0,0292	.39	0,0171	
283	Ni	22596,89	S, A	.94	0,0057	7.1	0,0121	
284	Ca I	22607,945	S, A	8.02	0,1752	8.	0,2567	
285	Fe	22619,837	S, A	.88	0,2448	.89	0,2974	145

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
286	Ti	22621,21	A			.16	0,1022	146
287	Ca I	22624,962	S, A	5.03	0,2204	5.	0,3107	
288	Ca I	22626,724	S, A	.78	0,0538	.78	0,136	
289	Ti	22632,73	A			.72	0,0496	147
290	S	22644,090	S, A	.12	0,0529	.08	0,0358	
291	Ca I	22651,178	S, A	.33	0,2432	.31	0,3306	
292	Ca I	22653,580	S, A	.73	0,0704	.73	0,1291	
293	S	22655,455	S, A	.46	0,0119	.47	0,0167	
294	Si	22665,757	S, A	.76	0,1774	.76	0,1818	
295	Al	22692,139	A			.13	0,0327	148
296	Al	22700,848	A	.92	0,0055	1.	0,0091	149
297	S	22707,738	S, A	.76	0,1377	.74	0,1054	
298	Fe	22735,028	S, A	.08	0,0099	.08	0,0298	
299	Fe	22740,437	S, A	.41	0,0898	.44	0,1298	
300	Fe	22770,343	S, A	.39	0,0297	.41	0,0350	
301	Fe	22785,082	S, A	.06	0,0179	4.9	0,0302	

Continúa . . .

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
302	Fe ?	22792,256	A					
303	Fe	22794,678	S, A	.94	0,0554	.84	0,0554	
304	Mg	22808,027	S, A		0,7025	.09	0,6037	
305	Fe	22812,592	S, A	.62	0,0337	.65	0,0362	
306	Ca I	22821,065	S, A	.09	0,0838		0,1181	
307	Fe	22832,364	S, A	.41	0,0748	.39	0,1343	
308	Fe	22845,935	S, A	.95	0,0745	.94	0,1143	
309	Fe	22882,471	A	.58	0,0105	.48	0,0207	150
310	Ti	22890,04	A			.07	0,0733	151
311	Mg	22905,456	S, A	.42	0,0212	.49	0,0337	
312	C	22906,563	S, A	.59	0,0944		0,0375	
313	Ti	22963,33	S, A	.43	0,0168	.38	0,2502	
314	Sc	22986,25	A			.18	0,1027	152
315	Mg	22998.340	S	.3	0,0091			153
316	Fe	23044,788	S, A	.84	0,0109	.91	0,0264	

Continúa ...



**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
317	U, (Ca?)	23053,727	S, A	.71	0,0279	.7	0,0750	
318	Unid	23141,672	S	.71	0,0832			154
319	Si	23141,667	A			.66	0,0802	155
320	Fe	23144,597	S, A		0,1252	.61	0,1393	156
321	Fe	23173,728	S, A	.74	0,0619		0,0819	
322	Fe	23308,472	S, A	.51	0,0312	.54	0,1069	
323	Fe	23325,189	S, A	.25	0,0154	.25	0,0296	
324	Mg	23328,091	S, A	.09	0,0176	.19	0,0632	
325	Na	23348,38	S, A	.49	0,1663	.45	0,22	157
326	Na	23379,137	S, A	.23	0,3647	.2	0,3307	
327	Sc	23404,8	A			.87	0,0720	158
328	Ti	23441,46	A			.7	0,3945	159
329	Fe	23566,671	S, A	.65	0,1311	.7	0,1372	
330	Fe	23572,233	S	.25	0,0144	.31	0,0218	160
331	Fe	23683,741	S, A	.63	0,0842		0,097	161

Continúa . . .

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
332	Fe	23723,672	S	.68	0,0294			162
333	Mg	23836,678	S	.72	0,0529	.04	0,7732	163
334	Mg	23844,18	S	.16	0,2222	.01	0,3729	164
335	Fe	23849,387	S	.39	0,0452			165
336	Mg	23859,220	S		0,2719		0,3011	166
337	Fe	23924,445	S	.42	0,0735	.43	0,0937	167
338	Si	23953,462	S, A	.39	0,0789	.37	0,0984	
339	Si	23993,894	S, A	.83	0,0377		0,0523	
340	Sc I	24074,7	A			.83	0,0288	168
341	Fe	24083,695	S	.75	0,0470	.63	0,0834	169
342	Fe	24264,286	S, A		0,0575	.3	0,0676	
343	Ti	24281,84	S	.89	0,0111			170
344	Fe	24333,481	S	.5	0,0478	.23	0,3959	171
345	S	24363,357	S	.32	0,0132			172
346	Fe	24374,369	S	.39	0,1664			173
347	S	24415,81	S	.82	0,0209	.2	0,2728	174

Continúa ...

**TABLA 2: Anchos Equivalentes**

N°	Elem <sup>a</sup>	Longitud <sup>b</sup> de onda		Sol <sup>c</sup>		Arturo <sup>d</sup>		Obs. <sup>e</sup> Tabla 3
				$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	$\lambda_{exp}(\text{\AA})$	Ancho Equivalente	
348	Fe	24487,669	S	.72	0,0578			175
349	Fe	24547,953	S		0,1819	.73	0,2989	176
350	Fe	24552,011	S, A	.03	0,0397	1.94	0,14	
351	Fe	24556,564	S	.59	0,1177	.75	0,3112	177
352	Mg	24566,296	S, A	.32	0,3042	.26	0,4061	
353	Si	24574,233	S	.4	0,0899			178
354	Fe	24648,422	S	.43	0,0829			179
355	Fe	24729,104	S, A	.1	0,206			180
356	Mg	24818,915	S, A	.96	0,4822			181
357	Mg	24860,546	A	.97	0,9444	.79	0,0459	182

**Fin**

## LEYENDA

<sup>a</sup> Nombre del elemento

<sup>b</sup> Longitud de onda de la literatura teórica o de laboratorio; se especifica si dicha línea espectral se encuentra en los dos atlas o sólo en uno de ellos: (S,A) la línea está presente en ambos espectros; (S) la línea está presente en el atlas del Sol y (A) la línea se encuentra sólo en el atlas de *Arturo*.

<sup>c</sup> Ancho Equivalente de las líneas espectrales del Sol, con la correspondiente longitud de onda central que proporciona IRAF (longitud de onda experimental ( $\lambda_{exp}$ )).

<sup>d</sup> Ancho Equivalente de las líneas espectrales de la estrella *Arturo*, con la correspondiente longitud de onda central que proporciona IRAF (longitud de onda experimental ( $\lambda_{exp}$ )).

<sup>e</sup> Observaciones que se han encontrado al calcular los anchos equivalentes de las líneas espectrales. En esta columna se han enumerado las observaciones, de tal forma que estos números se explican en la Tabla 3.

**NOTA:** En el caso de la columna “*c*” y “*d*”; en algunos casos no se presenta la longitud de onda experimental ( $\lambda_{exp}$ ), esto se debe a que dicho valor calculado por IRAF coincide con el valor proporcionado en la columna “*b*”.

## TABLA 3: Observaciones

En esta tabla se han descrito las dificultades al calcular el ancho equivalente de las líneas espectrales tanto para el Sol como para *Arcturus* de la Tabla 2. En la Tabla 3, en algunos casos se han colocado símbolos o signos que son explicados en la leyenda de la tabla. La primera columna presenta números, los cuales corresponden a los números de la última columna de la Tabla 2.

**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
1	NA,NE	I(A); mezclada con AT
2		desdoblamiento
3		M-atlas
4	Mínimo valor de la medición	
5	:NA	I(A)
6	Desdoblamiento	Desdoblamiento
7	Desdoblamiento	Desdoblamiento
8	NA	I(A)
9	M-AT	
10	Mínimo valor de la medición	
11	Desdoblamiento	M-AT fuerte
12		Indefinida
13	Mínimo valor de la medición, (*)	(*)
14	Mínimo valor de la medición	Mitad de la línea
15		Mínimo valor de la medición

Continúa . . .

**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
16	Atlas aparece como "UNID", des-	Desdoblamiento, (*)
	doblamiento	
17	M-AT	
18	Mínimo valor de la medición, M-AT,	
	(*)	
19	Mínimo valor de la medición	
20	M-AT fuerte	
21	Mínimo valor de la medición	
22		
23	Mínimo valor de la medición, (*)	
24	M-atlas, desdoblamiento	
25	M-atlas, desdoblamiento	
26	M-AT, (*)	
27	Mínimo valor de la medición, M-AT	
28	Mínimo valor de la medición	
29	NA	I(A)
30		AT (línea ancha)
31	NA, NE	I(A)

Continúa ...

**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
32	Mínimo valor de la medición	M-AT
33	NA, NE	
34	M-atlas, desdoblamiento	Desdoblamiento
35	M-atlas, desdoblamiento	Desdoblamiento
36		Desdoblamiento
37	NA	I(A)
38	NA	I(A)
39		M-AT
40	NA	I(A), Mínimo valor de la medición
41	:NA	I(A), M-atlas
42		M-AT
43	Mínimo valor de la medición	completando ala
44	M-AT	Mínimo valor de la medición
45	NA, NE	I(A)
46	NA, M-AT	I(A), M-AT
47	Mínimo valor de la medición, M-AT	Línea muy gruesa
48	NA, NE	I(A)
49	NA	I(A)

Continúa ...



**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
50	NA	I(A)
51	NA, NE	I(A)
52		Mezclada con una molécula
53	NA, NE	I(A)
54	NA, NE	I(A)
55	NA	I(A)
56		Línea gruesa
57		Desdoblamiento
58		Ancho equivalnete grande
59	NA, M-AT	I(A), NE
60	NA	I(A)
61	M-AT, (*)	Mitad de la línea, (*)
62		Desdoblamiento, (*)
63	Mínimo valor de la medición, des- doblamiento	M-AT
64	Mínimo valor de la medición, des- doblamiento	M-AT fuerte, (*)
65		Desdoblamiento

Continúa ...

**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
66	NA, NE	I(A), (*)
67	NA, M-AT, (*)	I(A)
68	NA, NE	I(A), M-AT,desdoblamiento
69		M-AT, desdoblamiento
70		M-AT
71		M-AT
72	NA, NE	I(A), M-AT
73	NA, NE	
74		I(A)
75		I(A)
76	NA	I(A)
77		I(A), M-AT, desdoblamiento
78	NA	I(A)
79	NA	I(A)
80	M-AT, (*)	M-AT
81	M-AT, (*)	M-AT
82	Desdoblamineto	M-AT, desdoblamiento
83	Desdoblamiento	M-AT, desdoblamiento

Continúa ...

**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
84	Desdoblamiento	M-AT, desdoblamiento
85	NA	I(A), M-AT, desdoblamiento
86	NA, NE	I(A)
87	NA, NE	I(A)
88	Mínimo valor de la medición	
89	Mínimo valor de la medición	
90	Mínimo valor de la medición	Mezclada con molécula
91	NA, Mínimo valor de la medición	I(A)
92		M-AT
93	NA	I(A)
94	NA, NE	I(A), M-AT
95		I(A), M-AT fuerte, (*)
96	NA, indefinida	I(A), M-AT
97	NA, Mínimo valor de la medición	I(A)
98	NA, NE	I(A), M-AT, (*)
99	NA	I(A)
100	NA, Mínimo valor de la medición	

Continúa ...

**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
101	NA, M-atlas	En el atlas de Arturo presentan al elemento como: "Na?"
102	NA, indefinida	I(A), M-AT
103	Mínimo valor de la medición	
104	NA, indefinida	I(A)
105	NA	I(A)
106	NA, M-AT	I(A), mezclada con molécula, (*)
107	NA, indefinida	I(A)
108	M-AT fuerte, varias absorciones	Mínimo valor de la medición
109	NA, NE	En el atlas de Arturo presentan al elemento como: "Na?"
110	NA, NE	I(A), (*)
111	NA,	I(A)
112	NA, indefinida	
113	NA, NE	I(A)
114	NA, NE	I(A)
115	NA	
116	NA	I(A)

Continúa ...

**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
117	NA	I(A)
118	NA, NE	I(A)
119		I(A)
120	NA	I(A)
121	NA, NE	I(A), M-AT
122	NA, NE	I(A)
123	NA	I(A)
124	NA	I(A)
125	NA, indefinida	I(A)
126	NA, indefinida	I(A)
127	NA	I(A)
128		M-AT, desdoblamiento
129	NA, NE	I(A), (*)
130	NA, NE	I(A)
131	NA, NE	I(A)
132	NA, NE	I(A), M-AT, desdoblamiento
133	NA, M-atlas	I(A)
134	NA, NE	I(A), M-AT, desdoblamiento

Continúa ...

**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
135	(*)	
136	NA, NE	I(A)
137	NA, indefinida	I(A)
138	NA	I(A)
139	NA, NE	I(A)
140	NA, indefinida	I(A)
141	NA	I(A)
142	NA, NE	I(A)
143	NA,	I(A), NE
144	NA, indefinida	I(A)
145		M-AT
146	NA, NE	I(A), M-AT
147	NA, NE	I(A)
148	NA, NE	I(A)
149	NA, (*)	I(A)
150	NA	I(A), M-AT, desdoblamiento, (*)
151	NA, NE	I(A)
152	NA, NE	I(A)

Continúa ...

**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
153		NE
154		NE
155	Igual a UNID	I(A)
156		M-AT, desdoblamiento
157	Desdoblamiento	M-AT, desdoblamiento
158	NA, NE	I(A)
159	NA, NE	I(A), M-AT
160		NA
161	Indefinida, (*)	
162		NA, NE
163	Indefinida	NA
164	M-AT, desdoblamiento	NA
165		NA, NE
166		NA, M-AT, desdoblamiento
167		NA
168	NA, NE	I(A)
169		NA, desdoblamiento
170		NA, NE

Continúa ...

**TABLA 3: Observaciones**

#	Sol	Arturo
171	M-AT	NA
172		NA, NE
173		NA, NE
174		:NA
175		NA, NE
176		NA
177		NA
178		M-AT, NA
179		NA, NE
180		M-AT
181	M-AT	M-atlas
182	Indefinida	Línea delgada, (*)
<b>Fin</b>		



## LEYENDA

I(A): Línea incluída del atlas de Arturo

NA : Línea que no está en el atlas

:NA : Línea que no está en el atlas, pero se ha encontrado la línea en el espectro digital.

NE : Línea que no está en el espectro

AT: Absorción Terrestre o Telúrica

M-atlas: Se ve mezclada con otra línea en el atlas

M-AT : Mezclada con absorción terrestre.

(\*) : No ha sido muy clara su medida y se ha aproximado

**Desdoblamiento:** Utilizando IRAF se hizo el desdoblamiento de una línea muy intensa, mezclada con otras líneas.

**Mínimo valor de la medición:** Tanto en el espectro solar como en el de *Arturo* se observan líneas incompletas, la medida del ancho equivalente ha sido aproximada.

**Indefinida:** Medición dudosa

## TABLA 4: Cálculo de la Fortaleza del Oscilador $\log(gf)$

**TABLA 4: Cálculo del log(gf)**

N°	Longitud de Onda $\lambda(\text{\AA})$	Código del elemento	Elemento	Energía Potencial	log (gf) calculado	Ancho Equivalente
1	19425,263	12,0	Mg	6,430	-1,405	63,3
2	21208,158	13,0	Al	5,123	-0,080	90,4
3	20382,430	14,0	Si	1,801	-5,370	89,4
4	22507,592	16,0	S	7,866	-0,330	50,4
5	22519,105	16,0	S	7,866	-0,190	62,7
6	22563,867	16,0	S	7,868	-0,070	73,0
7	22575,431	16,0	S	7,868	-0,660	29,2
8	22644,090	16,0	S	7,870	-0,300	52,9
9	22655,455	16,0	S	7,870	-1,120	11,9
10	21782,940	22,0	Ti	1,749	-1,230	37,0
11	22232,830	22,0	Ti	1,739	-1,830	11,3
12	24281,840	22,0	Ti	2,267	-1,320	11,1
13	18013,848	26,0	Fe	6,590	-0,200	47,1
14	18027,108	26,0	Fe	6,590	-0,270	41,1
15	18073,683	26,0	Fe	6,592	-0,300	38,3

Continúa ...

**TABLA 4: Cálculo del log(gf)**

N°	Longitud de Onda $\lambda(\text{\AA})$	Código del elemento	Elemento	Energía Potencial	log(gf) calculado	Ancho Equivalente
16	18092,687	26,0	Fe	6,663	-0,690	14,8
17	18093,148	26,0	Fe	6,663	-0,580	18,7
18	18128,073	26,0	Fe	6,664	-0,025	58,4
19	18137,364	26,0	Fe	6,715	-0,010	56,4
20	18142,785	26,0	Fe	6,715	-0,190	38,9
21	18820,608	26,0	Fe	6,427	-0,650	24,9
22	18821,044	26,0	Fe	6,741	-0,310	28,4
23	18876,899	26,0	Fe	6,066	-1,200	15,2
24	18884,909	26,0	Fe	6,419	-0,650	25,2
25	19176,123	26,0	Fe	5,720	-1,085	36,8
26	19216,034	26,0	Fe	6,619	-0,550	21,2
27	19228,389	26,0	Fe	6,703	-0,470	21,9
28	19259,257	26,0	Fe	6,325	-0,470	41,9
29	19260,448	26,0	Fe	5,009	-1,620	45,4
30	19463,616	26,0	Fe	6,449	-0,710	20,9
31	19484,351	26,0	Fe	6,332	-0,040	88,8
32	19509,317	26,0	Fe	6,426	-0,400	40,7

Continúa . . .

**TABLA 4: Cálculo del log(gf)**

N°	Longitud de Onda $\lambda(\text{\AA})$	Código del elemento	Elemento	Energía Potencial	log(gf) calculado	Ancho Equivalente
33	19592,737	26,0	Fe	4,988	-1,420	64,7
34	19614,452	26,0	Fe	6,401	-0,410	41,9
35	19639,425	26,0	Fe	6,401	-0,610	27,7
36	19685,304	26,0	Fe	6,017	-0,830	35,7
37	19693,902	26,0	Fe	6,066	-1,128	17,8
38	19780,649	26,0	Fe	6,400	-0,450	38,5
39	19923,343	26,0	Fe	5,020	-1,530	51,9
40	19947,413	26,0	Fe	5,720	-1,330	22,4
41	19949,459	26,0	Fe	5,357	-1,700	20,7
42	20092,060	26,0	Fe	6,368	-0,530	34,5
43	20227,980	26,0	Fe	6,427	-0,920	13,7
44	20281,085	26,0	Fe	5,009	-1,300	75,0
45	20283,319	26,0	Fe	6,427	-0,610	26,1
46	20329,197	26,0	Fe	6,427	-0,620	25,8
47	20349,721	26,0	Fe	4,186	-2,680	26,7
48	20363,276	26,0	Fe	6,066	-0,620	48,4
49	20372,247	26,0	Fe	6,426	-0,990	11,7

Continúa . . .

**TABLA 4: Cálculo del log(gf)**

N°	Longitud de Onda $\lambda(\text{\AA})$	Código del elemento	Elemento	Energía Potencial	log(gf) calculado	Ancho Equivalente
50	20405,987	26,0	Fe	5,348	-1,640	23,8
51	20563,962	26,0	Fe	5,720	-1,380	19,9
52	20584,196	26,0	Fe	6,017	-0,400	75,3
53	20615,212	26,0	Fe	6,401	-0,690	23,3
54	20675,698	26,0	Fe	5,874	-0,750	51,3
55	20677,358	26,0	Fe	6,066	-0,930	26,0
56	20723,138	26,0	Fe	6,409	-0,250	54,7
57	20732,262	26,0	Fe	6,834	-0,030	41,5
58	20799,633	26,0	Fe	5,706	-1,110	35,2
59	20882,229	26,0	Fe	6,409	-0,860	15,7
60	20948,099	26,0	Fe	6,119	-0,970	21,7
61	20991,046	26,0	Fe	4,143	-3,140	11,2
62	21095,406	26,0	Fe	6,200	-0,770	28,3
63	21123,871	26,0	Fe	6,066	-1,030	21,1
64	21124,474	26,0	Fe	5,334	-1,860	15,6
65	21125,036	26,0	Fe	6,370	-0,960	13,8
66	21162,034	26,0	Fe	6,455	-0,450	33,9

Continúa . . .

**TABLA 4: Cálculo del log(gf)**

N°	Longitud de Onda $\lambda(\text{\AA})$	Código del elemento	Elemento	Energía Potencial	log(gf) calculado	Ancho Equivalente
67	21178,169	26,0	Fe	3,017	-4,240	10,9
68	21216,322	26,0	Fe	6,455	-0,860	14,4
69	21238,466	26,0	Fe	4,955	-1,330	77,1
70	21386,166	26,0	Fe	6,175	-0,830	25,9
71	21427,759	26,0	Fe	6,615	-0,470	24,5
72	21572,255	26,0	Fe	6,703	-0,380	24,7
73	21735,476	26,0	Fe	6,175	-0,620	38,9
74	21756,951	26,0	Fe	6,218	-0,660	33,5
75	21832,986	26,0	Fe	6,780	-0,410	20,1
76	21851,390	26,0	Fe	3,642	-3,610	11,6
77	21986,386	26,0	Fe	6,834	-0,270	24,6
78	21988,804	26,0	Fe	6,834	-0,330	21,7
79	22260,190	26,0	Fe	5,086	-1,290	67,2
80	22375,181	26,0	Fe	5,844	-1,370	15,6
81	22385,120	26,0	Fe	5,320	-1,490	32,8
82	22392,880	26,0	Fe	5,100	-1,210	74,9
83	22419,976	26,0	Fe	6,218	-0,190	78,3

Continúa . . .

**TABLA 4: Cálculo del log(gf)**

N°	Longitud de Onda $\lambda(\text{\AA})$	Código del elemento	Elemento	Energía Potencial	log(gf) calculado	Ancho Equivalente
84	22740,437	26,0	Fe	6,200	-0,110	89,8
85	22770,343	26,0	Fe	6,804	-0,200	29,7
86	22794,678	26,0	Fe	6,804	0,110	55,4
87	22812,592	26,0	Fe	5,792	-1,040	33,7
88	22832,364	26,0	Fe	5,099	-1,210	74,8
89	22845,935	26,0	Fe	5,828	-0,560	74,5
90	23044,788	26,0	Fe	5,720	-1,650	10,9
91	23173,728	26,0	Fe	5,874	-0,630	61,9
92	23308,472	26,0	Fe	4,076	-2,700	31,2
93	23325,189	26,0	Fe	5,720	-1,490	15,4
94	23572,233	26,0	Fe	5,874	-1,380	14,4
95	23683,741	26,0	Fe	5,304	-0,940	84,2
96	23723,672	26,0	Fe	5,813	-1,090	29,4
97	23849,387	26,0	Fe	6,268	-0,450	45,2
98	23924,445	26,0	Fe	6,253	-0,190	73,5
99	24083,695	26,0	Fe	6,017	-0,650	47,0
100	24264,286	26,0	Fe	6,277	-0,310	57,5

Continúa . . .



**TABLA 4: Cálculo del log(gf)**

N°	Longitud de Onda $\lambda(\text{\AA})$	Código del elemento	Elemento	Energía Potencial	log(gf) calculado	Ancho Equivalente
101	24333,481	26,0	Fe	4,143	-2,400	47,8
102	24487,669	26,0	Fe	5,033	-1,430	57,8
103	24552,011	26,0	Fe	5,921	-0,830	39,7
104	24648,422	26,0	Fe	6,268	-0,090	82,9
105	18014,677	28,0	Ni	6,283	0,670	68,6
106	18039,401	28,0	Ni	6,097	-0,150	19,3
107	18040,843	28,0	Ni	6,097	0,730	94,3
108	18510,250	28,0	Ni	6,116	-0,240	15,3
109	18611,101	28,0	Ni	6,116	0,540	67,7

**Fin**

# BIBLIOGRAFÍA

- [1] Unsold Albrecht. *El Nuevo Cosmos*. Siglo XXI Ediciones, México, 1977.
- [2] M. Asplund, N. Grevesse, and A. J. Sauval. The Solar Chemical Composition. In T. G. Barnes, III and F. N. Bash, editors, *Cosmic Abundances as Records of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, volume 336 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 25–+, September 2005.
- [3] E. Biémont and J. W. Brault. The Spectrum of Al I and Al II in the Infrared ( $1800 < \sigma < 9000 \text{ cm}^{-1}$ ). *Physica Scripta*, 35:286–295, 1987.
- [4] E. Biemont, L. Delbouille, G. Roland, and J. W. Brault. Identification on chromium lines in the infrared solar spectrum based on new interferometric measurements. *Astronomy and Astrophysics Suppl. Series*, 61:185–190, August 1985.
- [5] E. Biemont, L. Delbouille, G. Roland, and J. W. Brault. The nickel spectrum in the infrared - Application to the solar spectrum. *Astronomy and Astrophysics Suppl. Series*, 65:21–25, July 1986.

- [6] E. Biemont, G. Roland, L. Delbouille, and J. W. Brault. An investigation of iron in the infrared solar spectrum based on FTS laboratory measurements. *Astronomy and Astrophysics Suppl. Series*, 61:107–125, July 1985.
- [7] D. E. Blackwell and B. S. Collins. Precision measurement of relative oscillator strengths-1. Fundamental technique: A first application to Mn I. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 157:255–+, 1972.
- [8] Alan Corney. *Atomic and Laser Spectroscopy*. Oxford University, 2006.
- [9] José María de Jaime Lorén. Bunsen. Epónimos científicos, 2003.
- [10] Bengt Edlén. The refractive index of air. *Metrologia*, (2):71–80, Abril 1966.
- [11] F. N. Edmonds, Jr. Radiative transfer within a stellar absorption line. The contribution curves of fine-analysis methods. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 9:1427–1446, 1969.
- [12] P. Forsberg. The spectrum and term system of neutral titanium, Ti I. *Physica Scripta*, 44:446–476, November 1991.
- [13] N. M. Förster Schreiber. Moderate-Resolution Near-Infrared Spectroscopy of Cool Stars: A New K-Band Library. *Astronomical Journal*, 120:2089–2100, October 2000.
- [14] Risberg G. The spectrum of atomic calcium Ca I, and extensions to the analysis of Ca II. *Arkiv Fysik*, (37):231–249, 1968.
- [15] II George W. Collins. *The Fundamentals of Stellar Astrophysics*. 2003.

- [16] L. Goldberg, O. C. Mohler, A. K. Pierce, and R. R. McMath. New Solar Lines in the Spectral Region 1.97-2.49  $\mu\text{m}$ . *The Astrophysical Journal*, 111:565–+, May 1950.
- [17] David F. Gray. *The Observation and Analysis of Stellar Photospheres*. Imprenta de la universidad de Cambridge, segunda edición edition, 1992. Capítulo 1, 5-14.
- [18] K. Hinkle, L. Wallace, and W. Livingston. Infrared Atlas of the Arcturus Spectrum, 0.9-5.3 microns. *Astronomical Society of the Pacific*, 107:1042–1046, November 1995.
- [19] K. Hinkle, L. Wallace, W. Livingston, T. Ayres, D. Harmer, and J. Valenti. High Resolution Infrared, Visible and Ultraviolet Spectral Atlases of the Sun and Arcturus. In *The Future of Cool-Star Astrophysics: 12th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun (2001 July 30 - August 3)*, eds. A. Brown, G.M. Harper, and T.R. Ayres, (University of Colorado), 2003, p. 851-856., volume 12, pages 851–856, October 2003.
- [20] Lars R. Jakobsson. The infrared spectrum of the neutral sulphur atom. *Arkiv Fysik*, (34):19–31, 1967.
- [21] Ingmar Johansson. Spectra of the alkali metals in the lead-sulphide region. *Arkiv Fysik*, (20):135–149, 1961.
- [22] Swewnsson J.W. and Risberg G. Mg I lines in the solar spectrum. *Arkiv Fysik*, (31):237, 1966.

- [23] V. Kaufman and W. C. Martin. Wavelengths and Energy Level Classifications for the Spectra of Sulfur (S I through S XVI). *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 16:279–375, June 1993.
- [24] V. Kaufman and J. Sugar. Wavelengths and energy level classifications of scandium spectra for all stages of ionization. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 17:1679–1789, October 1988.
- [25] Chris Kitchin. *Optical Spectroscopy*. Instituto de Física, 1995.
- [26] R. L. Kurucz. Base de Datos de Espectros Atómicos NIST.
- [27] R. L. Kurucz. Base de datos de líneas espectrales atómicas del CD-ROM 23 de R.L. Kurucz.
- [28] R. L. Kurucz. Atlas: a Computer Program for Calculating Model Stellar Atmospheres. *SAO Special Report*, 309, February 1970.
- [29] R. L. Kurucz. Model atmospheres for G, F, A, B, and O stars. *The Astrophysical Journal Suppl. Series*, 40:1–340, May 1979.
- [30] R. L. Kurucz. Atomic spectral line database from cd-rom 23 of r. l. kurucz. Trans. IAU, XXB, 1988. M. McNally, ed., Dordrecht: Kluwer.
- [31] D. L. Lambert and B. Warner. Absorption lines of neutral silicon in the solar spectrum. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 139:35–101, 1968.

- [32] U. Litzen, J. W. Brault, and A. P. Thorne. Spectrum and Term System of Neutral Nickel, NiI. *Physica Scripta*, 47:628–673, 1993.
- [33] U. Litzén and J. Vergès. The Fe I Spectrum in the Region 1-4  $\mu\text{m}$ . *Physica Scripta*, 13:240–244, 1976.
- [34] Ulf Litzén. The si i spectrum in the lead-sulphide region. *Arkiv Fysik*, (28):239–248, 1964.
- [35] W. Livingston and L. Wallace. An atlas of the solar spectrum in the infrared from 1850 to 9000  $\text{cm}^{-1}$  (1.1 to 5.4  $\mu\text{m}$ ). Technical Report 91-001, National Solar Observatory, Tucson, National Optical Astronomy Observatories, 1991.
- [36] Profesor Alvaro López. Técnicas observacionales en astronomía. CURSO, 2003-2004.
- [37] J. Meléndez and B. Barbuy. Oscillator Strengths and Damping Constants for Atomic Lines in the J and H Bands. *The Astrophysical Journal Suppl. Series*, 124:527–546, October 1999.
- [38] Jorge Meléndez. *Espectroscopia en el infrarrojo, Abundancias de oxígeno en estrellas pobres en metales*. PhD thesis, Instituto Astronómico e Geofísico de la Universidad de São Paulo, 2001. Capítulo 1 y 2.
- [39] National Optical Astronomy Observatories, 950 North Cherry Avenue Tucson, Arizona 85719. *IRAF Help page for the splot task or topic*, Julio 1995.

- [40] G. Nave and S. Johansson. Highly-excited levels of Fe I obtained from laboratory and solar Fourier transform and grating spectra. I. Energy levels. *Astronomy and Astrophysics*, 274:961–967, July 1993.
- [41] G. Nave and S. Johansson. Highly-Excited Levels of Fe I Obtained from Laboratory and Solar Fourier Transform and Grating Spectra. II Laboratory and Solar Identifications. *Astronomy and Astrophysics Suppl. Series*, 102:269–314, December 1993.
- [42] G. Nave, S. Johansson, R. C. M. Learner, A. P. Thorne, and J. W. Brault. A new multiplet table for Fe I. *The Astrophysical Journal Suppl. Series*, 94:221–459, August 1994.
- [43] Eva Novotny. *Introduction to Stellar Atmospheres and Interiors*. Oxford University, 1973.
- [44] Mara Pelayo B. Jorge Meléndez M. Rafael Carlos R., Milagros Rodríguez O. Medición del ancho equivalente de líneas espectrales en el infrarrojo cecano. ECIPERU. Vol 2, N° 1, Enero-Junio 2005.
- [45] Kristen Rohlfs. *Tools of Radio Astronomy*. Astronomy and Astrophysics Library.
- [46] Jesús Morcillo Rubio. *Espectroscopía Infrarroja*. Number Monografía 12 in Serie de química. Dep. de asuntos Científicos y Tecnológicos de la Secretaría General de la OEA, 1981.
- [47] C. Sneden. *MOOG, An LTE stellar line analysis*. PhD thesis, Department of Astronomy, Univ. of Texas at Austin, April 2002.

- [48] Erika Bohm Vitense. *Introduction to stellar astrophysics*, volume Volume 2. Press Syndicate of the University of Cambridge, 1993.
- [49] L. Wallace, W. Livingston, K. Hinkle, and P. Bernath. Infrared Spectral Atlases of the Sun from NOAO. *The Astrophysical Journal Suppl. Series*, 106:165–169, September 1996.
- [50] George B. Ribicki y Alan P. Lightman. *Radiative Processes in Astrophysics*. A Wiley-Interscience publication, 1979.
- [51] Dale A. Ostlie y Bradley W. Carroll. *An Introduction to Modern stellar Astrophysics*. ADDISON-WESLEY PUBLISHING COMPANY,INC, 1996.
- [52] Adelina Gutierrez y Hugo Moreno. *Astrofísica General*. Ediciones de la Universidad de Chile, 1980.
- [53] Dimitri Mihalas y James Binney. *Galactic Astronomy, Structure and Kinematics*. Second edition edition, 1981.
- [54] Robert Eisberg y Robert Resnick. *Física Cuántica, Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos y Partículas*. Editorial Limusa, 1991.
- [55] Profesor Jaime Zamorano. Equilibrio cinético y procesos radiativos. CURSO, 2001-2002. Universidad Complutense de Madrid.